

بسمه تعالی

عنوان مقاله:

**Hydrological catchment modelling: past, present and future**

مدل سازی هیدرولوژیکی حوضه آبخیز: گذشته، حال و آینده

مؤلف: **E. Todini**

**University of Bologna, Italy**

مترجم: سهراب خلیلی واودره دانشجوی مقطع دکتری مهندسی منابع آب دانشگاه آزاد اسلامی

واحد علوم و تحقیقات

#### **Abstract**

This paper discusses basic issues in hydrological modelling and flood forecasting, ranging from the roles of physically-based and data-driven rainfall runoff models, to the concepts of predictive uncertainty and equifinality and their implications. The evolution of a wide range of hydrological catchment models employing the physically meaningful and data-driven approaches introduces the need for objective test beds or benchmarks to assess the merits of the different models in reconciling the alternative approaches. In addition, the paper analyses uncertainty in models and predictions by clarifying the meaning of uncertainty, by distinguishing between parameter and predictive uncertainty and by demonstrating how the concept of equifinality must be addressed by appropriate and robust inference approaches. Finally, the importance of predictive uncertainty in the decision making process is highlighted together with possible approaches aimed at overcoming the diffidence of end-users.

**Keywords:** catchment models, physically-based models, data-driven input-output models, equifinality, predictive uncertainty

#### **چکیده**

این مقاله در مورد مسائل اساسی در مدل سازی هیدرولوژیکی و پیش بینی سیلاب، از نقش مدل های داده محور و فیزیکی رواناب حاصل از بارندگی تا مفاهیم عدم قطعیت پیش بینی و هم پایانی و اهمیت آن ها بحث می کند. تکامل طیف وسیعی از مدل های هیدرولوژیکی حوضه آبخیز که از رویکرد های داده محور و معنی دار فیزیکی بهره می برند بیانگر نیاز به بستر های آزمون و معیار های عینی برای ارزیابی شایستگی و توانایی مدل های مختلف در

تطبيق رویکرد های جایگزین است. به علاوه، این مقاله به تحلیل عدم قطعیت در مدل ها و پیش بینی ها با تشریح مفهوم عدم قطعیت، با تفکیک عدم قطعیت مدل و پیش بینی و با اثبات این که چگونه مفهوم هم پایانی باید توسط رویکرد های استنباطی قوی و مناسب بررسی شود می پردازد.

**لغات کلیدی:** مدل های حوضه آبخیز، مدل های فیزیکی، مدل های ورودی-خروجی داده محور، هم پایانی، عدم قطعیت پیش بین

## Introduction

The history of hydrological modelling ranges from the Rational Method (Mulvaney, 1850) to recent distributed physically-meaningful models (Abbott et al., 1986a,b; Wigmosta et al., 1994; Refsgaard and Storm, 1995; Ewen et al., 2000; Kouwen, 2000; De Roo et al., 1998, 2000; Liu and Todini, 2002; Vivoni, 2003). Over the same period, starting from the simple Unit Hydrograph (Sherman, 1932), input-output models, now called data-driven models, have evolved into ANN models (García-Bartual, 2002) and Data Based Mechanistic (DBM) models (Young, 2001, 2002). From the wide range of models available, the choice of the one most appropriate for any specific task is difficult, particularly as each modeller tends to promote the merits of his/her own approach. Moreover, apart from the intercomparison of conceptual models conducted in the seventies, (WMO, 1975), no objective comparisons using benchmarks, or test beds using standard data sets, have been proposed or effected.

مقدمه

تاریخچه مدل سازی هیدرولوژیکی از روش منطقی(مولوانی ۱۸۵۰) تا مدل های معنی دار فیزیکی توزیعی متغیر است(ابوت و همکاران ۱۹۸۶ الف ب، ویگموستا و همکاران ۱۹۹۴، رسفاکارد و استورم ۱۹۹۵، ایون و همکاران ۲۰۰۰، کوون ۲۰۰۰، دی رو و همکاران ۱۹۹۸، ۲۰۰۰، لیو و تیدونی ۲۰۰۲، ویونی ۲۰۰۳). همین دوره از مدل های هیدروگراف واحد ساده(شرمن ۱۹۳۲)، مدل های ورودی-خروجی که اکنون مدل های داده محور نامیده می شود شروع شده و به مدل های شبکه عصبی مصنوعی(گارسیا-بروتال ۲۰۰۲) و مدل های مکانیستی داده محور(DBM) تکامل یافته اند(یانگ ۲۰۰۱، ۲۰۰۲). از طیف وسیعی از مدل های موجود، انتخاب بهترین مدل برای هر کاری امری

سخت و مشکل است به خصوص این که هر مدل ساز در صدد بهبود شایستگی و افزایش توان رویکرد خویش است. به علاوه به غیر از مقایسه درونی مدل های مفهومی که در دهه ۱۹۷۵ صورت گرفت (wmo ۱۹۷۵)، هیچ گونه مقایسات عینی و هدفمند با استفاده از معیار های خاص و یا بستر های آزمون با استفاده از مجموعه داده های استاندارد پیشنهاد و یا به انجام نرسیده اند.

Hydrological models serve many purposes, one of the most important applications being flood forecasting in which uncertainty plays a major role. Unfortunately, the implications of using uncertainty in the decision-making process and even the concept of uncertainty seem to deter hydrologists from addressing the problem. Indeed, many hydrologists do not appear to appreciate the need to quantify predictive uncertainty and tend to describe the uncertainty implicit in the model rather than in possible future values of the quantity to be predicted or forecast, conditional upon the output of the model (Krzysztofowicz, 1999). To this confusion is added a lack of appreciation of the difference between parameter uncertainty (and the possible need to estimate the parameter values) and predictive uncertainty. Moreover, the introduction of the 'equifinality' principle (Beven and Binley, 1992) has not served to clarify this distinction.. Hence, in delineating possible future lines of research, the uncertainty problem must be viewed in the correct perspective.

مدل های هیدرولوژیکی برای اهداف مختلفی به کار می روند که یکی از مهم ترین کاربرد آن ها، پیش بینی سیلاب است که در آن عدم قطعیت نقش عمده ای ایفا می کند. متأسفانه، به نظر می رسد اهمیت استفاده از عدم قطعیت فرایند تصمیم گیری و حتی مفهوم عدم قطعیت، هیدرولوژیست ها را از حل مسئله باز می دارد. در واقع، بسیاری از هیدرولوژیست لزوم کمی سازی عدم قطعیت پیش بین را جدی نمی گیرند و تمایل دارند تا ضمنی بودن عدم قطعیت را در مدل مشروط بر خروجی مدل توصیف کنند تا در مقادیر احتمالی آینده کمیت مورد پیش بینی (کرزیستوفوویکز ۱۹۹۹). عدم درک تفاوت بین عدم قطعیت پارامتر (و نیاز احتمالی به برآورد مقادیر پارامتر) و عدم قطعیت پیش بین نیز باید به این ابهام افزوده شود. به علاوه، معرفی اصل هم پایانی (بون و بینلی ۱۹۹۲) برای شفاف سازی و تشریح این تفاوت استفاده نشده است. از این روی در مشخص کردن جهات و خطوط تحقیقات آینده، مسئله عدم قطعیت باید با یک چشم انداز صحیح نگرسته شود.

After a brief history of the development of hydrological models, this paper proposes a reconciliation of the different approaches, by developing objective benchmarks or test- beds relevant to the many diverse potential applications.

The problem of uncertainty in hydrological models is addressed as well as possible approaches to describing a real-world case study.

بعد از ارایه تاریخچه مختصری از توسعه مدل های هیدرولوژیکی، این مقاله سازگارسازی رویکرد های مختلف را با توسعه معیار های عینی یا بستر های آزمون مرتبط با شرایط بالقوه متنوع پیشنهاد می کند. به مسئله عدم قطعیت در مدل های هیدرولوژیکی علاوه بر رویکرد های احتمالی برای توصیف مطالعه موردی جهان واقعی نیز رسیدگی می شود.

Brief history of hydrological models

#### FROM EMPIRICAL TO PHYSICALLY MEANINGFUL MODELS

The Rational Method proposed by Mulvany (1850) is a clear exposition of the concept of time of concentration and its relation to the maximum runoff; it estimates peak flow but not flood volume and is physically meaningful only in small impervious catchments in which flow is effectively a purely kinematic process. Applications of the method to the design of sewers appeared in the literature from the end of the 19th century (Kuichling, 1889; Lloyd-Davies, 1906).

تاریخچه ای مختصر از مدل های هیدرولوژیکی

از مدل های تجربی تا مدل های معنی دار فیزیکی

روش منطقی پیشنهادی توسط مالونی ۱۸۵۰، یک تفسیر روشن از مفهوم زمان تمرکز و رابطه آن با حداکثر رواناب می باشد، این روش جریان اوج را برآورد می کند ولی حجم جریان را برآورد نمی کند و تنها در حوضه های کوچک نفوذ ناپذیر که در آن ها جریان به طور موثری یک فرایند کاملاً سینماتیک است، از نظر فیزیکی معنی دار است. کاربرد روش فوق برای طراحی فاضلاب از انتهای قرن نوزدهم در منابع گزارش شده است (کوشلینک ۱۸۸۹، لیولد دیوس ۱۹۰۶).

The concept of the unit hydrograph (UH) (Sherman, 1932) was based on the principle of superposition of effects; it enabled the complete flood hydrograph to be predicted from rainfall sampled at constant intervals. With the introduction of systems theory, the unit hydrograph was then interpreted as the response of a linear, causative, dynamic stationary system and two forms of the unit hydrograph were then considered. The first one, the continuous time impulse response of a linear system, is known in hydrology as the instantaneous unit hydrograph (IUH) and the second one, the response to a

time discretised input, is known as the finite period unit hydrograph (TUH) (O'Donnell, 1966). Indeed, the introduction of the IUH can be viewed as the starting point that led to the separation of physically meaningful and data driven models. If the 'shape' of the IUH is defined a priori by the modeller as the integral solution, a set of linear or linearised differential equations and the parameter values are estimated not from the input- output historical data but computed as a function of the physical characteristic quantities of the phenomenon, then the IUH is a physical interpretation of the phenomenon. Examples can be found easily in flood routing models. For instance, Kalinin and Milyukov (1957) demonstrated that, by linearising the unsteady flow equations, the integral solution is a Gamma density function, namely a Nash cascade (1958, 1960) with parameters  $n$  and  $k$ , where the parameter  $n$  is now extended to the domain of real numbers, which can be expressed in terms of the Froude number, the bed slope, the velocity, etc. (Dooge, 1973). Furthermore, Hayami (1951) showed how to derive an IUH from the linear diffusion equation, while Todini and Bossi (1986) derived a TUH from the linear parabolic approximation of the unsteady flow equations, with the two parameters, celerity and diffusivity, which are recomputed at each integration time interval in terms of the hydrodynamic characteristics of the reach (discharge, the friction slope, etc.) .

مفهوم هیدروگراف واحد (UH) (شرمن ۱۹۳۲) بر اساس اصل برهم نهی اثرات بود، با استفاده از این مفهوم امکان پیش بینی هیدروگراف کامل سیلاب از بارندگی نمونه برداری شده در بازه های زمانی ثابت وجود داشت. با معرفی تئوری سیستم ها، هیدروگراف واحد به صورت پاسخ یک سیستم ایستایی دینامیک، خطی و سببی تفسیر می شود و دو شکل از هیدروگراف واحد در نظر گرفته شده است. شکل اول- پاسخ ضربه پیوسته زمانی یک سیستم خطی- در هیدرولوژی موسوم به هیدروگراف واحد لحظه ای IUH بوده و شکل دوم- پاسخ به یک ورودی گسسته زمانی- در هیدرولوژی موسوم به هیدروگراف واحد دوره محدود است (TUH) (ادونل ۱۹۶۶).

در واقع، معرفی IUH را می توان به عنوان یک نقطه عطفی در نظر گرفت که منجر به تفکیک مدل های داده محور و معنی دار فیزیکی شد. در صورتی که شکل IUH توسط مدل ساز به صورت راه حل انتگرالی تعریف شود، مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل خطی و مقادیر پارامتر از داده های تاریخی ورودی-خروجی برآورد نمی شوند بلکه به صورت تابعی از کمیت های (مقادیر) مشخصه فیزیکی پدیده محاسبه شده و سپس هیدروگراف واحد لحظه ای، تفسیری فیزیکی از پدیده به شمار خواهد رفت. مثال هایی از این قبیل را می توان در مدل های مسیر یابی سیلاب

به آسانی مشاهده کرد. برای مثال، کالینین و میلیکوف ۱۹۵۷ اثبات کردند که با خطی سازی معادلات جریان ناپایدار، راه حل انتگرالی یک تابع تراکم گاما است، یعنی آبشار نش (۱۹۵۸-۱۹۶۰) با پارامتر های  $n$  و  $k$  که پارامتر  $n$  در دسته اعداد حقیقی قرار می گیرد و بر حسب عدد فرود، شکل بستر، سرعت و غیره بیان می شود (دوگ ۱۹۷۳). به علاوه، هایامی (۱۹۵۱) نشان داد که چگونه می توان هیدروگراف واحد لحظه ای را از معادله انتشار خطی مشتق کرد در حالی که تودینی و باسی ۱۹۸۶، TUH را از محاسبه سهمی خطی معادلات جریان ناپایدار با دو پارامتر سرعت و نفوذ مشتق کردند که مجددا در هر بازه زمانی انتگرال گیری از حیث خصوصیات هیدرودینامیکی پهنه مورد نظر مجددا محاسبه می شود (دبی، شیب اصطکاک و غیره).

As well as difficulties of physical interpretation, the extension of the IUH/TUH approach to larger, not necessarily impervious, catchments presented problems requiring subjective choices, such as:

- Separation of storm runoff from base flow;
- the determination of 'effective' rainfall, namely that portion of the rainfall that is not lost through replenishing soil moisture etc;
- the actual derivation of the IUH/TUH shape and/or of the IUH/TUH parameters from the measurements available.

To overcome these problems, research into non-linear or threshold-type systems led to representations based on:

- (i) Volterra integrals of an order greater than the first.
  - (ii) orthogonal polynomials (Amorocho and Orlob, 1961)
- or
- (iii) piecewise linearisations (Todini and Wallis, 1977;

Todini, 2002b), reproducing the consequences of threshold effects introduced by soil saturation.

علاوه بر مشکلات تفسیر فیزیکی، استفاده از رویکرد IUH/TUH برای حوضه های بزرگ تر و نه لزوما نفوذ ناپذیر یک سری مسائلی را ایجاد می کند که مستلزم فرایندهای ذهنی است نظیر

- تفکیک روناب رگبار از جریان پایه
- تعیین بارندگی موثر، یعنی بخشی از بارندگی که از طریق تخلیه رطوبت خاک یا غیره تلف نمی شود.
- مشتق گیری حقیقی از شکل IUH/TUH و یا پارامتر های IUH/TUH از اندازه گیری های موجود

برای غلبه بر این مسائل، تحقیقات در خصوص سیستم های نوع آستانه ای و غیر خطی منجر به مدل هایی

بر اساس موارد زیر خواهد شد

۱-انتگرال های ولترا بزرگ تر از درجه اول

۲-چند جمله ای های متعامد(امورکو و ارولب ۱۹۶۱)

یا

۳-خطی سازی های تکه ای(تودینی و والیس ۱۹۷۷، تودینی ۲۰۰۲ ب)، که برایندهای اثرات آستانه ناشی از اشباع

خاک را تکرار می کند

To achieve a better physical interpretation of catchment response, the 1960s saw the development of models in which individual components in the hydrological cycle were represented by interconnected conceptual elements; each of these represented, in the hydrological model, the response of a particular subsystem: Dawdy and O'Donnell, 1965, Crawford and Linsley, 1966 – Stanford Watershed IV; Burnash et al., 1973 – Sacramento; Rockwood, 1964 – SSARR; Sugawara, 1967, 1995 –Tank, etc. All these models represented in different ways the responses of, and the interconnections between, the various sub-systems; at the time, they were regarded as the very best that could be achieved with the then current data and computational resources. At that time the modellers strongly believed that the parameters of their models, such as the storage coefficients, roughness coefficients or the different thresholds, were physical entities which could be inferred from the physiographic characteristics of the catchments. Due to the need to obviate a time-consuming trial and error approach in parameterising these models, model parameter optimisation was introduced (Dawdy and O'Donnell, 1965). As a result, when the estimates were made on the basis of objective functions to be minimised (for example, the sum of squares criterion), the resulting parameter values were generally unrealistic, perhaps because they incorporated errors of measurements as well as those of the model itself.

برای دست یابی به تفسیر فیزیکی بهتر از پاسخ حوضه، دهه ۱۹۶۰ میلادی با توسعه مدل هایی همراه بود که در آن تک تک اجزا و مولفه های چرخه هیدرولوژیک توسط عناصر مفهومی به هم مرتبط می شوند و هر یک از آن ها در مدل هیدرولوژیک بیانگر پاسخ یک زیر سیستم ویژه است: داودی و ا دونل ۱۹۶۵، کرافورد و لاینزلی ۱۹۶۶- استنفورد واترشیید<sup>۴</sup>، برناش و همکاران ۱۹۷۳، ساگرامنتو ۱۹۶۵، راکوود ۱۹۶۴، SSARR، ساگورا ۱۹۶۷، ۱۹۹۵،

تانک و همکاران. همه این مدل‌ها با شیوه‌های مختلف پاسخ و ارتباطات درونی بین زیر سیستم‌های مختلف نمایش داده می‌شوند، در عین حال آن‌ها بهترین مدل‌هایی هستند که با منابع محاسباتی و داده‌های فعلی حاصل می‌شوند. در آن زمان مدل‌سازان قویا بر این باور بودند که پارامترهای مدل‌های آن‌ها، نظیر ضرایب ذخیره، ضرایب زبری یا آستانه‌های مختلف، ماهیت‌های فیزیکی بودند که می‌شود آن‌ها را از خصوصیات فیزیوگرافیک حوضه‌های آبریز برآورد کرد. به دلیل لزوم کنار گذاشتن رویکرد آزمون و خطای زمان بر پارامتری سازی این مدل‌ها، بهینه‌سازی پارامتر مدل معرفی شد (داودی و ادنل ۱۹۶۵). در نتیجه، وقتی که برآورد‌ها بر اساس توابع هدف کمینه‌سازی شده صورت گرفتند (برای مثال معیار مجموع مربعات)، مقادیر پارامتر حاصله غیر واقع‌گرایانه بود، شاید به دلیل این که آن‌ها خطاهای اندازه‌گیری‌ها و نیز خطاهای خود مدل را نیز در نظر گرفتند.

Also, the conditions of observability (the need for sufficient information content in the data to determine the parameter values) were not always guaranteed, particularly for multiple input–output hydrological models (Gupta and Sorooshian, 1983; Sorooshian and Gupta, 1983; Singh and Woolhiser, 2002). In essence, these models became data-driven.

هم‌چنین، شرایط مشاهده‌پذیری (نیاز به مقدار اطلاعات کافی در داده‌ها به منظور تعیین مقادیر پارامتر) معمولاً تضمین کافی به خصوص برای مدل‌های هیدرولوژیکی با چندین ورودی-خروجی نداشتند (گوپتا و سارنشیان ۱۹۸۳، سونشیان و گوپتا ۱۹۸۳، سینگ و ولشیر ۲۰۰۲). در اصل، این مدل‌ها داده‌محور هستند.

At the end of the 1970s, a new type of lumped models was introduced, based on the idea that the rainfall runoff process is mainly dominated by the dynamics of saturated areas, which can be related to the soil moisture storage using a simple monotone function, thus leading to the variable contributing area models. These models generally employed the Dunne assumption that all precipitation enters the soil and that surface runoff originates by saturation of the upper soil layer. These variable contributing area models, the Xinanjiang (Zhao, 1977) and the Probability Distribution (PDM) (Moore and Clarke, 1981) were characterised by few significant parameters: although expressing the physical concepts of continuity of mass they were still not entirely meaningful



in their dynamics. Thereafter, Juemou et al. (1987) combined the Xinanjiang soil moisture distribution function with the Constrained Linear Systems (CLS) model (Natale and Todini, 1976a,b; Todini and Wallis, 1977; Todini, 2002b) into the Synthesized Constrained Linear Systems model (SCLS). Later, by modifying the Xinanjiang soil moisture distribution function, Todini (1996, 2002a) developed the ARNO model, from which Wood et al. (1992) derived the VIC model by increasing the number of soil layers (Liang et al., 1994, 1996a,b). The core of all these models is a two parameter distribution function curve representing the relation between the total volume of water stored in the soil and the extension of the saturated areas. Unfortunately, the parameterisation of this curve, as well as of the other processes represented (drainage, percolation, groundwater flow, etc), was based on empirical parameters to be estimated from the data. Beven and Kirkby (1979) originated a more physically-meaningful distribution function model, TOPMODEL, based on the distribution function of a topographic index. This assumes that the accumulation of soil moisture can be approximated by successive steady states of the water table originating in the upper soil layer. They derived a new relation between the volume of water stored in the soil and the extent of saturated areas (the topographic index distribution function) on the basis of physically-meaningful parameters. Unfortunately this proved to be true only for very small hill-slope catchments represented with extremely fine meshes (Franchini et al., 1996).

در اواخر دهه ۱۹۷۰ میلادی، نوع جدیدی از مدل های یکپارچه معرفی شدند، فلسفه مدل فوق این بود که فرایند جاری شدن رواناب باران عمدتاً تحت تاثیر اصول دینامیک مناطق اشباع است که می توان با استفاده از تابع یکنواخت آن را به ذخیره رطوبت خاک ارتباط داد که منجر به مدل های سطح متغیر موثر می شوند. این مدل ها به طور کلی از فرض دان تبعیت می کنند مبنی بر این که همه نزولات به خاک وارد شده و رواناب سطحی با اشباع لایه فوقانی خاک ایجاد می شود. این متغیر مدل های سطح متغیر موثر، زیانجیانگ (زایو ۱۹۷۷) و توزیع احتمال (PDM) (مور و کلارک ۱۹۸۱) دارای چند پارامتر مهم بودند: اگرچه بیان مفاهیم فیزیکی پیوستگی جرم در اصول دینامیکی آن ها به خوبی جا نیفتاده است و معنی دار نیست. پس از آن، جمو و همکاران ۱۹۸۷ تابع توزیع رطوبت خاک زیانجیانگ را با مدل سیستم های خطی محدود (CLS) ترکیب کرده (ناتل و تودینی ۱۹۷۶ الف و ب، تودینی و والیس ۱۹۷۷، تودینی ۲۰۰۲ ب) و مدل سیستم های خطی محدود ترکیبی را ایجاد کردند (SCLS). بعد ها، با اصلاح تابع توزیع رطوبت خاک زیانجیانگ، تودینی (۱۹۶۶، ۲۰۰۲ الف) مدل ARNO را ایجاد کردند که بر

اساس این مدل وود و همکاران مدل VIC را با افزایش تعداد لایه های خاک مشتق کردند (لیامگ و همکاران ۱۹۹۴، ۱۹۹۶ الف و ب). اساس همه این مدل ها، یک منحنی تابع توزیع دوپارامتری است که رابطه بین حجم کل آب ذخیره شده در خاک و توسعه سطح اشباع را نشان می دهد. متاسفانه، پارامتری سازی این منحنی علاوه بر دیگر فرایندهای مدل سازی شده (زهکشی، نفوذ عمقی، جریان آب زیر زمینی و غیره) بر اساس پارامترهای تجربی برآورد شده از داده ها بود. بون و کیرک بای ۱۹۷۹، مدل تابع توزیع معنی دار فیزیکی موسوم TOPMODEL را بر مبنای تابع توزیع شاخص توپوگرافیکی ایجاد کردند. این مدل فرض می دارد که انباشت رطوبت خاک را می توان با حالت های پایدار متوالی سفره آب در لایه فوانی خاک برآورد کرد. آن ها رابطه ای جدید بین حجم آب ذخیره شده در خاک و بزرگی سطح اشباع شده (تابع توزیع شاخص توپوگرافیکی) بر اساس پارامترهای معنی دار فیزیکی ایجاد کردند. متاسفانه این رابطه تنها برای حوضه های بسیار کوچک ناهموار و شیبدار مناسب است (فاراشینی و همکاران ۱۹۹۶).

In a further step towards a physical representation of the rainfall-runoff process, Wooding (1965a,b, 1966), and Woolhiser and Liggett (1967) used kinematic models for the study of small urban basins, while Freeze and Harlan (1969) proposed, albeit only as a future project, the creation of a mathematical model based on distributed physical knowledge of surface and subsurface phenomena. By numerical integration of the coupled sub-systems of partial differential equations describing surface flow and flow in the unsaturated and saturated zones, and by matching the solutions of each sub-system with the boundary conditions of another, catchment scale predictions could be produced. This concept was developed into SHE (Système Hydrologique Européen), by the Danish Hydraulic Institute (DK), the Institute of Hydrology at Wallingford (UK) and SOGREAH (France) (Abbott et al., 1986a,b). SHE has since evolved into a robust physically-based model, available as MIKE-SHE (Refsgaard and Storm, 1995) and SHETRAN (Ewen et al., 2000). The limitation to its practical use is the large requirement for data and computational time which restrict its use to small, extensively instrumented catchments.

وودینگ (۱۹۶۵ الف و ب، ۱۹۶۶) و ولهیزر و لیگت (۱۹۶۷) گام را برای نمایش فیزیکی فرایند بارندگی-رواناب فراتر نهاده و از مدل های سینماتیک برای مطالعه حوضه های شهری کوچک استفاده کردند، در حالی که فریز و هارلان (۱۹۶۹) ایجاد یک مدل ربای را بر اساس دانش فیزیکی توزیعی پدیده های سطحی و زیر سطحی پیشنهاد

کردند اگرچه این پیشنهاد برای پروژه آینده بود. با انتگراسیون عددی زیر سیستم های جفت شده معادلات دیفرانسیل جزیی برای توصیف جریان سطح و جریان در مناطق اشباع و غیر اشباع، و با تطبیق راه حل های هر زیر سیستم با شرایط مرزی سیستم دیگر، پیش بینی های در مقیاس حوضه را می توان انجام داد. این مفهوم توسط موسسه هیدرولیک دانمارک (DK)، موسسه هیدرولوژی والینگفورد (بریتانیا) و SOGREAH (فرانسه) به SHE (Système Hydrologique Européen) توسعه یافت (ابوت و همکاران ۱۹۶۸ الف وب). از آن زمان به بعد مدل SHE به یک مدل فیزیکی قوی موسوم به MIKE-SHE (رفسگارد و استورم ۱۹۹۵) و SHETRAN تبدیل شده است (اون و همکاران ۲۰۰۰). محدودیت اصلی کاربرد عملی آن، نیاز به داده ها و زمان محاسباتی زیاد است که موجب شده است تا این مدل تنها برای حوضه های بسیار کوچک قابل کاربرد باشند.

More recently, the wider availability of distributed information, ranging from soil types and land use to radar rainfall, have facilitated the production of simplified

physically-meaningful distributed hydrological models. These models, based on simplifying assumptions, with simpler and more parsimonious parameterisations than those employed in MIKE-SHE and SHETRAN, can be applied successfully to flood forecasting. Such models are: WATFLOOD (Kouwen, 2000), DHSVM (Wigmosta et al., 1994), TOPKAPI (Todini, 1995; Todini and Ciarapica, 2002; Liu and Todini, 2002), FEWS NET Stream flow Model (Verdin and Klaver, 2002), LISFLOOD (De Roo et al., 1998, 2000) and tRIBS (Vivoni, 2003).

اخیرا، قابلیت دسترسی گسترده تر به اطلاعات توزیعی از تیپ های خاکی و کاربری زمین تا داده های بارندگی راداری، موجب تسهیل تولید مدل های هیدرولوژیکی توزیعی ساده و معنی دار فیزیکی شده است. این مدل ها که بر اساس ساده سازی فرضیات بوده و پارامتری کردن آن ها نسبت به MIKE-SHE و SHETRAN ساده تر و کم هزینه تر است، را می توان به طور موفق برای پیش بینی سیلاب مورد استفاده قرار داد. این مدل ها شامل موارد زیر هستند: WATFLOOD (کاون ۲۰۰۰)، DHSVM (ویگموستا و همکاران ۱۹۹۴)، TOPKAPI (تودینی ۱۹۹۵)، تودینی و کیاریپا ۲۰۰۲، لیو و تودینی ۲۰۰۲، مدل جریان رودخانه FEWS NET (وردین و کلاور ۲۰۰۲)، LISFLOOD (دی رو و همکاران ۱۹۹۸، ۲۰۰۰) و Tribs (ویونی ۲۰۰۳).

The Sherman (1932) UH, the starting point for data-driven models, was expressed in discrete form by Box and Jenkins (1970), who showed the link between the Transfer Function models and the Auto-Regressive with Exogenous variables models (ARX). Following this idea, Todini (1978) used the UH in the form of an Auto-Regressive Moving-Average with Exogenous variables models (ARMAX) for the reduction of model parameters in a Kalman Filter based real-time flood forecasting system. This Box and Jenkins type modelling introduced a loss of 'physicality' in the models, for instance when using the integration to eliminate cyclo-stationarities in data, with the loss of the possibility of preserving the mass balance or Intervention Analysis models, in favour of more mathematically oriented approaches. Later, system engineering approaches, including various types of input– output techniques, were applied in developing better performing and more parsimonious models to represent the Hydrological catchment modelling: past, present and future hydrological behaviour of a catchment, although with a larger loss of physical interpretation. This loss of physicality increased further with Artificial Neural Network (ANN) approaches, which can be viewed as non-linear analogues of the original linear transfer function models; unfortunately, forecasts may be poor when the events are larger than those in the training set (Cameron et al., 2002, Gaume and Gosset, 2003). Although Dawson and Wilby (2001) and Shamseldin (1997) review applications of ANN to rainfall-runoff modelling, few operational forecasting systems are presently based on ANN (García-Bartual, 2002); as already noted, outside the range of the training set, the ANN may be less robust and may sometimes diverge (Gaume and Gosset, 2003). More recently, a Data Based Mechanistic (DBM)

modelling approach, introduced by Young (2002), derived the model structure and the parameter values from the input and output data using system engineering identification and parameter estimation techniques that attempted to go beyond the black-box concept by selecting those (not necessarily linear) model structures that are considered physically meaningful (Young, 2001, 2002). Although the DBM modelling approach recognises the importance of the physical coherence of the identified model structure, it derives it from the observations, thus disregarding de facto the results of at least 50 years of research efforts aimed at specifying the physical hydrological mechanisms that generate floods. This contrasts with the Bayes principle which would combine the observations with all possible a priori knowledge on the hydrological

processes and possibly on the parameter values to obtain less uncertain a posteriori forecasts

مدل های داده محور

هیدروگراف واحد شرمین (۱۹۳۲)، که نقطه آغازی برای مدل های داده محور می باشد، به شکل گسسته توسط باکس و جنکین (۱۹۷۰) که رابطه بین مدل های تابع انتقال و مدل های اتورگرسیو با متغیر های برون ز (Arx) را نشان دادند بیان شد. تودینی بر مبنای این ایده (۱۹۷۸) از هیدروگراف واحد به شکل مدل های اتورگرسیو میانگین متحرک با متغیر های برون ز (ARMAX) برای کاهش پارامتر های مدل در سیستم پیش بینی سیلاب لحظه ای مبتنی بر فیلتر کالمان استفاده کردند. این مدل سازی نوع باکس و جنکین، هنگام استفاده از انتگراسیون برای حذف سایکلو استیشنریتی (مانایی دوره ای) در داده ها با کاهش احتمال حفظ تعادل جرمی یا مدل های تحلیل مداخله ای، موجب کاهش ماهیت فیزیکی مدل ها شده و بر رویکرد های مبتنی بر ریاضی تاکید بیشتری داشت. سپس، رویکرد های مهندسی سیستم از جمله انواع مختلف روش های ورودی-خروجی برای توسعه مدل های با عملکرد بهتر و کم هزینه تر به منظور مدل سازی هیدرولوژیکی حوضه آبخیز استفاده شد: رفتار هیدرولوژیکی گذشته، حال و آینده حوضه. اگرچه تفسیر فیزیکی در این مدل به حداقل رسید. این کاهش ماهیت فیزیکی مدل با استفاده از رویکرد های شبکه عصبی مصنوعی که آنالوگ های غیر خطی مدل های تابع انتقال خطی هستند بیشتر تشدید شد. متاسفانه، وقتی که رویداد ها بزرگ تر از رویداد های تعیین شده در مجموعه آموزشی باشند، پیش بینی ها ممکن است ضعیف تر شوند (کامرون و همکاران ۲۰۰۲، گام و گاست ۲۰۰۳). اگرچه داوسن و ویلبای (۲۰۰۱) و شمس الدین (۱۹۹۷) به مرور کاربرد های شبکه عصبی مصنوعی در مدل سازی رواناب- بارندگی پرداختند، تعداد کمی از سیستم های پیش بینی عملیاتی امروزه مبتنی بر شبکه عصبی مصنوعی می باشند (گارسیا-بارتوال ۲۰۰۲): همان طور که قبلا گفته شد، در خارج از حیطه مجموعه آموزشی، شبکه عصبی مصنوعی قدرت کم تری داشته و یا گاهی ممکن است از مسیر اصلی خود منحرف شود (گام و کاس ۲۰۰۳). اخیرا، رویکرد مدل سازی مکانیستی داده محور (DBM) که توسط یانگ (۲۰۰۲) معرفی شده است، مقادیر پارامتر و ساختار مدل را از داده های ورودی و خروجی با استفاده از روش های برآورد پارامتر و شناسایی مهندسی سیستم محاسبه کرده اند و هدف این رویکرد این است تا با انتخاب ساختار های مدل فیزیکی (نه لزوما مدل های خطی)، از مفهوم جعبه سیاه بالاتر روند (یانگ ۲۰۰۱، ۲۰۰۲). اگرچه رویکرد مدل سازی DBM به اهمیت انسجام فیزیکی ساختار مدل شناسایی شده توجه می کند، ولی نتایج حداقل ۵۰ سال کار تحقیقاتی را با هدف تعیین مکانیسم های هیدرولوژیکی فیزیکی تولید سیلاب

نادیده می‌گیرد. این با اصل بیز که مشاهدات را با همه دانش قبلی در خصوص فرایند های هیدرولوژیکی و مقادیر پارامتر برای پیش بینی های پسین با عدم قطعیت پایین ترکیب می‌کند در تناقض است.

#### THE NEED TO RECONCILE THE TWO APPROACHES

Unfortunately, hydrological modellers emphasise the merits of their own approaches while disregarding those of others. In particular, physical process-oriented modellers have no confidence in the capabilities of data-driven models' outputs with their heavy dependence on training sets, while the more system engineering-oriented modellers claim that data-driven models produce better forecasts than complex physically-based models. Implicit in this controversy is the basic question: should 50 years of research by scientists seeking better representations of hydrological processes be jettisoned?

In this new century, there is the need, for the sake of hydrology as a science, to reconcile the two streams of thought by (a) combining the advantages of both approaches (Klemes, 1983) and (b) designing extensive benchmarks or test beds, to determine the role, validity and fields of application of the different models Krzysztofowicz (1999) has already proposed estimating the predictive probability by combining a generic model of unknown nature — but presumably physically-meaningful — with an autoregressive model by means of a Bayesian approach. Recent experiments have shown that the resulting Bayesian processor works well over a short forecasting horizon when the autoregressive model output is highly correlated with the observations, but it decays rapidly as soon as the required length of the forecasting horizon becomes larger; moreover, when dealing with water stages or with discharges, the autoregressive model is successful in the recession but less so in the rising limb of the hydrograph. Therefore, to reconcile the different approaches, as an improved alternative to the Krzysztofowicz approach, the Bayesian processor could be used to combine a physically-based to a data driven model. This approach would in fact benefit from the robustness of the former and the adaptability of the latter.

نیاز به تطبیق دو رویکرد

متأسفانه، مدل سازان هیدرولوژی بر شایستگی ها و نقاط قوت رویکرد های خود تاکید داشته در حالی که موارد دیگر را نادیده می‌گیرند. به خصوص این که، مدل سازان مدل های مبتنی بر فرایند فیزیکی به قابلیت های خروجی

های مدل های داده محور با وابستگی زیاد به مجموعه های آموزشی اعتماد ندارند در حالی که مدل سازان با رویکرد مهندسی سیستم مدعی هستند که مدل های داده محور تولید پیش بینی های بهتری نسبت به مدل های فیزیکی پیچیده می کنند. نکته ضمنی در این موضوع بحث انگیز یک سوال اساسی است: آیا ۵۰ سال تحقیقات توسط دانشمندانی که در صدد نمایش بهتر فرایندهای فیزیکی بوده اند باید دور انداخته شود؟ در قرن حاضر، چون هیدرولوژی یک علم است، جریانات فکری باید با ۱- ترکیب مزایای هر دو رویکرد (کلمس ۱۹۸۳) و ۲- طراحی معیارها یا بسترهای آزمون وسیع برای تعیین نقش، اعتبار و زمینه های کاربردی مدل های مختلف باید در یک راستا قرار گیرند. کرزیستوفوویزک (۱۹۹۹) با ترکیب مدل اصلی با ماهیت مجهول ولی فیزیکی با مدل اتورگرسو با استفاده از رویکرد بیزین، برآورد احتمال پیش بین را پیشنهاد کرده اند. آزمایشات اخیر نشان می دهند که وقتی که خروجی مدل اتورگرسو همبستگی بالایی با مشاهدات نشان می دهد عملکرد خوبی در افق پیش بینی کوتاه مدت دارد ولی وقتی طول افق پیش بینی بزرگ تر می شود عملکرد آن به شدت کاهش می یابد به علاوه، هنگامی که تراز آب یا دبی در نظر گرفته شود مدل اتورگرسو در شاخه نزولی نسبت به شاخه صعودی هیدروگراف موفق است. از این روی برای کاهش تفاوت و هم راستا سازی رویکردهای مختلف، که یک جایگزین مناسب برای رویکرد کرزیستوفوویزک می باشد، پردازنده بیزین را می توان برای ترکیب مدل های فیزیکی با مدل های داده محور مورد استفاده قرار داد. این رویکرد قدرت بالای مدل های فیزیکی و سازگاری بالای مدل های داده محور را دارد.

At the same time, appropriate benchmarks or test beds might be made freely available for modellers to assess, objectively, the qualities of their models as well as their limitations and the possible fields of application. The task is not simple but, once problems have been characterised, along with high quality data sets from appropriate catchments, a set of test cases, reflecting the various fields of application, could be devised. Thus, models could then be tested on the benchmarks or test beds, and quality assurance certificates could be issued.

در عین حال، معیارها یا بسترهای آزمون مناسب به آسانی برای ارزیابی عینی کیفیت مدل ها، محدودیت مدل ها و زمینه های کاربرد این مدل ها قابل دسترس مدل سازان است. این کار آسان نیست ولی زمانی که مشکل شناسایی شود، همراه با مجموعه داده های با کیفیت بالا از حوزه های مناسب، مجموعه ای از نمونه تست ها را می توان برای

نشان دادن زمینه ها و شرایط کاربرد مدل پیشنهاد کرد. از این روی، مدل ها بر اساس بستر های آزمون یا معیار ها تست شده و گواهی تضمین کیفیت صادر می شود.

#### Uncertainty in models and parameters

Uncertainty plays an increasing role in modelling and forecasting but has yet to reach a consensus among hydrologists, partly due to the statistical complexity and also because end users have no clear ideas on the use of the relevant information.

عدم قطعیت ها در مدل ها و پارامتر ها

عدم قطعیت نقش فزاینده ای در مدل سازی و پیش بینی ایفا می کند ولی به دلیل پیچیدگی آماری و نیز به خاطر این که کاربران نهایی هیچ ایده واضحی در خصوص استفاده از اطلاعات مربوطه و مناسب ندارند، هیدرولوژیست ها به یک اجماع نهایی در این رابطه دست نیافته اند.

To provide a logical introduction to the discussion below, the reader is provided with a simple representation of certainty and uncertainty. For a line from  $-\infty$  to  $+\infty$ , full knowledge or certainty can be represented by a Dirac delta over a specific real number. For instance the certainty that the value of a given quantity  $x$  is 3, can be represented by  $\delta_{x=3}$ . At the same time, total uncertainty can be represented mathematically by a uniform distribution between  $-\infty$  and  $+\infty$  be represented by a probability density, which will tend to be more and more peaky, as a function of the increasing knowledge level, around the imperfectly known quantity (here  $x = 3$ ) and, in the limit, when all the necessary information is acquired, it may converge onto the Dirac delta, for instance  $\delta_{x=3}$ .

برای آشنایی منطقی با بحث زیر، یک نمایش ساده از قطعیت و عدم قطعیت ارائه شده است. برای یک خط  $-\infty$  تا  $+\infty$ ، دانش کامل یا قطعیت را می توان با دلتای دیراک نسبت به یک عدد حقیقی خاص نشان داد. برای مثال، قطعیتی که در آن مقدار کمیت معین  $X$  برابر ۳ است، را می توان با  $\delta_{x=3}$  نشان داد. در عین حال، عدم قطعیت کل را می توان به طور ریاضی با توزیع یکنواخت بین  $-\infty$  و  $+\infty$  با چگالی احتمال نشان داد که تابعی از سطح افزایش دانش در مورد یک کمیت معلوم (در این جا  $X=3$ ) می باشد و وقتی همه اطلاعات لازم کسب شوند، در معادله حد به دلتای دیراک همگرا می شود برای مثال  $\delta_{x=3}$ .



Therefore, either a quantity is known perfectly and probabilistic concepts need not be invoked, or a quantity is not known perfectly and the most comprehensive information available is either its probability density function (pdf) or its integral, the Probability Distribution Function (PDF). This point must be clear when dealing with uncertainty in mathematical models based on a number of model parameters. In this case, either the model parameter values are known perfectly, in the sense that they do not need to be estimated because they are known on physical grounds (or it is believed so), or alternatively, if we are not sure and they are uncertain, we must not estimate ONLY their expected values but rather try to obtain their entire pdf, because the pdf is the information necessary for dealing with uncertain quantities.

بنابر این، یا کمیت کاملاً معلوم است و نیازی به مفاهیم احتمال نیست و یا کمیت کاملاً معلوم نیست و جامع ترین اطلاعات موجود تابع چگالی احتمال و یا انتگرال آن یعنی تابع توزیع احتمال است (PDF). هنگام حل عدم قطعیت در مدل های ریاضی مبتنی بر تعدادی از پارامتر های مدل این نکته باید مشخص شود. در این صورت، یا مقادیر پارامتر مدل کاملاً معلوم است طوری که نیازی به برآورد آن ها نیست زیرا آن ها از نظر فیزیکی معلوم هستند (یا این که فرض می شود که چنین است) و یا اگر اطمینان نداشته باشیم و آن ها غیر قطعی باشند، ما نباید تنها ارزش مورد انتظار آن ها را برآورد کنیم بلکه باید سعی کنیم تا کل PDF را بدست بیاوریم زیرا PDF اطلاعات لازم برای رسیدگی به مقادیر عدم قطعیت است.

When dealing with uncertainty, the issues to be clarified are:

1. How is predictive uncertainty defined and how is it derived?
2. Can the conditional predictive uncertainty be used instead of the unconditional?
3. What is the implication of using model uncertainty, as in the 'ensemble forecasts' instead of predictive uncertainty?
4. What is the implication of focussing on parameter estimation and estimation of their uncertainty, as opposed to prediction and the estimation of predictive uncertainty?
5. Should formal Bayesian inference be used or less formal
6. What is the benefit of using predictive probability in operational decision making?

هنگام رسیدگی به مسئله عدم قطعیت، مسائلی که باید مشخص شوند به صورت زیر هستند:

- چگونه عدم قطعیت پیش بین را می توان تعریف و مشتق کرد؟

- آیا عدم قطعیت پیش بین شرطی به جای غیر شرطی استفاده می شود؟
- اهمیت استفاده از عدم قطعیت مدل همانند پیش بینی های گروهی به جای عدم قطعیت پیش بین چیست؟
- اهمیت تاکید بر برآورد پارامتر و برآورد عدم قطعیت آن ها بر خلاف پیش بینی و برآورد عدم قطعیت پیش بین چیست؟
- آیا استنباط رسمی بیزین باید استفاده شود یا استنباط غیر رسمی؟
- مزایای استفاده از احتمال پیش بین در تصمیم گیری عملیاتی چیست؟

- PREDICTIVE UNCERTAINTY

- In clarifying to hydrologists the real meaning of predictive uncertainty, Krzysztofowicz (1999), points out that “Rational decision making (for flood warning, navigation, or reservoir systems) requires that the total uncertainty about a hydrologic predictand (such as river stage, discharge, or runoff volume) be quantified in terms of a probability distribution, conditional on all available information and knowledge.” and that “Hydrologic knowledge is typically embodied in a deterministic catchment model”.

#### عدم قطعیت پیش بین

کرزیستوفوویزک در تشریح مفهوم واقعی عدم قطعیت پیش بین برای هیدرولوژیست ها، خاطر نشان می کند که تصمیم گیری منطقی (برای هشدار سیلاب، کشتیرانی یا سیستم های مخزن) مستلزم این است عدم قطعیت کل در مورد پیش بینی هیدرولوژیک (نظیر تراز رودخانه، دبی یا حجم رواناب) از حیث توزیع احتمال مشروط بر همه اطلاعات و دانش موجود کمی سازی شود و این که دانش هیدرولوژیک معمولاً در قالب مدل قطعی حوزه قرار می گیرد.

These statements underline two aspects usually not clearly understood by hydrologists. The first is that the objective of forecasting is to describe the uncertainty of actual future values of water stage, discharge, runoff volume, etc. rather than the uncertainty of predictions generated by the hydrological forecasting models. The second is that this uncertainty, generally expressed in terms of a probability density (or probability distribution) function, is ‘conditional’ upon the forecasting model prediction, which is now seen as the available, although uncertain, knowledge of the future. In other words, the forecasting

model prediction is now a function in the decision making process and not the provider of deterministic (and therefore 'certain') future levels, flows, etc

این اظهارات، دو بعد مهمی که به طور شفاف توسط هیدرولوژیست ها درک نشده است را نشان می دهد: اول این که هدف پیش بینی توصیف عدم قطعیت مقادیر واقعی آینده تراز آب، دبی و حجم رواناب است نه عدم قطعیت پیش بینی های ایجاد شده با مدل های پیش بینی هیدرولوژیکی. دوم این که این عدم قطعیت، که به طور کلی از حیث تابع چگالی احتمال (یا توزیع احتمال) بیان می شود، مشروط بر پیش بینی مدل پیش بینی است که امروزه به صورت دانش آینده ولو غیر قطعی موجود است. به عبارت دیگر، پیش بینی مدل پیش بین امروزه در فرایند تصمیم گیری دیده می شود ارایه کننده سطوح قطعی از جریان های آینده است.

To clarify these aspects, let us introduce the concept of the joint probability distribution of the real quantity of interest  $y$ , the predictand (namely the discharge, the water level in a specific cross section, etc.), and the model forecast

$\hat{y}$  Unless the model is so exceptionally accurate, thus perfectly matching the observations, a scatter will always be observed in the  $y - \hat{y}$  plane as in Fig. 1.

This scatter is a representation of the joint sample frequency of  $y$  and  $\hat{y}$  that can be used to estimate the joint probability density.

برای روشن تر شدن این ابعاد، اکنون مفهوم توزیع احتمال مشترک از کمیت واقعی اختیار شده  $y$ ، پیش بینی (یعنی

دبی، تراز آب در یک سطح مقطع ویژه و غیره) و پیش بینی مدل  $\hat{y}$  معرفی می شود. در صورتی که مدل به طور استثنایی صحت داشته باشد، و به طور کامل مشاهدات را با هم تطبیق کند، پراکندگی در صفحه  $y - \hat{y}$  که در

شکل ۱ نشان داده شده است معمولاً مشاهده می شود. این پراکندگی، نمایشی از فراوانی نمونه مشترک  $y$  و  $\hat{y}$  است که می توان از آن برای برآورد چگالی احتمال مشترک استفاده کرد.

For any given model, the model forecast  $\hat{y}_t$ , where  $t$  is time, is a function of a specific value  $\hat{\theta}$  of the parameter set and of the input forcing  $x_t$  (the covariate); thus the joint probability density can be expressed as in Eqn.(1):

$$f(y_t, (\hat{y}_t | x_t, \hat{\theta})) \quad (1)$$

which, for the sake of clarity, is written in a more explicit way than in the

classical statistical notation, by explicitly writing the model output  $\hat{y}_t$  conditional on the covariate and the parameters.

برای هر مدل معین، پیش بینی مدل  $\hat{y}_t$  که t زمان است، تابعی از مقدار ویژه  $\hat{\theta}$  مجموعه پارامتر و مقدار ورودی  $x_t$  (هم متغیر) است، از این روی چگالی احتمال مشترک را می توان با معادله ۱ بیان کرد

$$f(y_t, (\hat{y}_t | x_t, \hat{\theta})) \quad (1)$$

که برای روشن تر شدن مطلب، به صورت صریح تر از تفسیر آماری کلاسیک نوشته می شود طوری که این معادله

صریح به صورت خروجی مدل  $\hat{y}_t$  مشروط بر هم متغیر و پارامترها نوشته می شود.

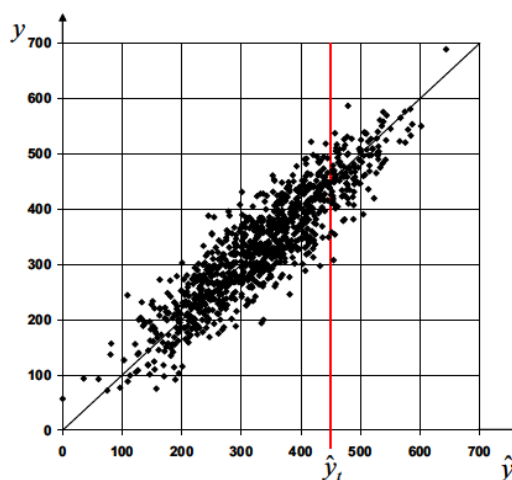


Fig. 1. Joint ' $y-\hat{y}$ ' sample frequency from which a joint probability density can be estimated. The conditional density of  $y$  given  $\hat{y}_t$  is then obtained by cutting the joint density for the given a value of  $\hat{y}_t$ , namely  $\hat{y}_t$ , and re-normalising it as for Eqn. (2).

شکل ۱: فراوانی نمونه مشترک ' $y-\hat{y}$ ' که از آن می توان چگالی احتمال توام را برآورد کرد. چگالی شرطی  $y$  با توجه به  $\hat{y}_t$  با کاهش چگالی توام برای یک مقدار خاص  $\hat{y}_t$  یعنی  $\hat{y}_t$  و نرمال سازی مجدد آن همانند معادله ۲ بدست آورد.

If there is no scatter and  $y_t = \hat{y}_t \forall t$ , then and only then can  $\hat{y}_t$  be used as a forecast of  $y_t$ . In all the other, more generally occurring, cases where there is inherent uncertainty, the conditional probability of  $y_t$  given  $\hat{y}_t$  must be derived in order to predict  $y_t$ . This is easily done by cutting for a given  $\hat{y}_t$  the previously mentioned joint probability density (Fig.1) and renormalizing it, which can be formalized as:

$$f(y_t | (\hat{y}_t, x_t, \hat{\theta})) = \frac{f(y_t, (\hat{y}_t | x_t, \hat{\theta}))}{\int_{\hat{y}_t} f(y_t, (\hat{y}_t | x_t, \hat{\theta})) dy} \quad (2)$$

در صورتی که هیچ گونه پراکندگی وجود نداشته و شرط  $y_t = \hat{y}_t \forall t$  برقرار باشد، آنگاه  $\hat{y}_t$  را می توان به عنوان پیش بینی  $y_t$  مورد استفاده قرار داد. در همه موارد غالب دیگر که عدم قطعیت ذاتی وجود دارد، احتمال شرطی  $y_t$  با توجه به  $\hat{y}_t$  باید به منظور پیش بینی  $y_t$  محاسبه شود. این کار با کاهش مقدار  $\hat{y}_t$  چگالی احتمال توام قبلی (شکل ۱) و نرمال سازی مجدد آن صورت می گیرد که به صورت زیر بیان می شود

It is important that the reader understands that the conditional uncertainty given in Eqn. (2) expresses the predictive uncertainty of a given model under a given input forcing and a given set of parameter values. This has nothing to do with the uncertainty induced by the model choice, and/or by the parameter values and/or by the input and output measurement errors. If it is believed that these additional uncertainties may strongly affect the forecast and its uncertainty, then they have to be assessed and marginalised out. Following the Bayesian approach, all the previously mentioned additional uncertainty (namely model, parameters and measurements) is concentrated in a number of 'dummy' parameters, the uncertainty of which is described via a posterior probability density and successively marginalised out.

$$f(y_t | x_t, Y_n, X_n) = \int_{\theta} f(y_t | x_t, \theta) g(\theta | Y_n, X_n) d\theta \quad (3)$$

لازم به ذکر است که مخاطب باید این مسئله را درک کند که عدم قطعیت شرطی ارایه شده در معادله ۱، عدم قطعیت پیش بین یک مدل خاص را تحت نیروی ورودی و مجموعه معینی از مقادیر پارامتر بیان می کند. این ارتباطی با عدم قطعیت ایجاد شده تحت انتخاب مدل و یا مقدار پارامتر و یا خطاهای اندازه گیری ورودی یا خروجی ندارد. در صورتی که بدانیم این عدم قطعیت های اضافی به شدت بر پیش بینی و عدم قطعیت پیش بینی اثر می گذارند، آنگاه آن ها را باید ارزیابی کرده و به حاشیه راند. بر اساس رویکرد بیزین، همه عدم قطعیت های اضافی قبلی (یعنی مدل، پارامتر و اندازه گیری ها) در تعدادی از پارامتر های ساختگی متمرکز می شوند که عدم قطعیت آن از طریق چگالی احتمال پسین توصیف شده و متعاقبا حاشیه ای می شود.

This can also be written in a more explicit way, as:

$$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n)) = \int_{\Theta} f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \theta)) g(\theta | Y_n, X_n) d\theta \quad (4)$$

where the predictand  $y_t$  is explicitly written conditionally on the covariate  $x_t$  and the parameters  $\theta$ . In Eqns. (3) and (4):

$$f(y_t | x_t, Y_n, X_n) \text{ or}$$

$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n))$  is the probability density of the predictand conditional upon the historical observations and the covariate after marginalizing the uncertainty due to the parameters.

این را می توان به شکل صریح تری نوشت نظیر

$$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n)) = \int_{\Theta} f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \theta)) g(\theta | Y_n, X_n) d\theta \quad (4)$$

که مقدار پیش بینی و  $y_t$  به طور صریح مشروط بر هم متغیر و پارامتر ها نوشته می شود. در معادله ۳ و ۹

$$f(y_t | x_t, Y_n, X_n) \text{ or}$$

چگالی احتمال پیش بینی و مشروط بر مشاهده تاریخی و هم متغیر بعد از حاشیه ای سازی عدم قطعیت ناشی از پارامتر هاست.

$Y_n$  is the set of historical covariates (for instance water levels, discharges, etc.) and  $n$  is the record length;

$X_n$  is the set of historical covariates (for instance rainfall, upstream inflows, etc.)

$x_t$  Is the predictand value of interest

$\theta$  Is the corresponding value of the covariate

Is a given parameter vector

$$f(y_t | x_t, \theta) \text{ or}$$

⊙ Is the ensemble of all possible parameter realizations

$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \theta))$  Is the probability density of the predictand value of interest conditional upon the covariate and a generic set of parameters  $\theta$

$Y_n$  مجموعه هم متغیر های تاریخی (برای مثال تراز آب، دبی ها و غیره) و  $n$  طول دوره ثبت آماری است

$X_n$ : مجموعه هم متغیر های تاریخی (برای مثال بارندگی، جریان ورودی بالادست و غیره است)

$x_t$  : مقدار پیش بینی و مقدار اختیار شده است

$\theta$  : مقدار متناظر هم متغیر است

بردار پارامتر معین

$$f(y_t | x_t, \theta) \text{ or}$$

یا

گروهی از همه مقادیر پارامتر احتمالی است

چگالی احتمال مقدار پیش بینی و مقدار اختیار شده مشروط بر هم متغیر و مجموعه

اصلی پارامتر های  $\theta$

چگالی پسین پارامتر ها با توجه به مشاهدات تاریخی است  $g(\theta | Y_n, X_n)$

Equation (4) shows that, when all the different (model, parameters and measurements) uncertainties are account for, the predictive uncertainty is obtained by marginalising our dummy parameters effect from the conditional probability density expressed by Eqn. (2). Therefore, the posterior probability density

for the parameter vector  $\theta$ , namely  $g(\theta|Y_n, X_n)$ , can be derived by means of a Bayesian inferential process (see Mantovan and Todini, 2006) and plays an essential role in the derivation of the predictive uncertainty. The Bayesian inference process allows this posterior probability density to be derived from the historical observations  $Y_n, X_n$  starting from a prior density expressing our subjective knowledge about the parameters. The posterior density is used to marginalise out the conditionality on the parameters; this involves integrating over  $\Theta$ , the entire domain of existence of the parameters, its product with the conditional probability density function  $f(y_t|\hat{y}_t|x_t, \theta)$  of the predictand  $y_t$  conditioned on the covariate  $x_t$  and the parameter vector  $\theta$  that identifies the specific model.

معادله (۴) نشان می دهد که وقتی که همه عدم قطعیت های مختلف (مدل، پارامتر ها و اندازه گیری ها) در نظر گرفته شده و پوشش داده شوند، عدم قطعیت پیش بین با حاشیه ای سازی اثر پارامتر های ساختگی از چگالی احتمال شرطی بدست می آید که با معادله ۲ بیان می شود. از این روی چگالی احتمال پسین برای بردار پارامتر  $\theta$  یعنی  $g(\theta|Y_n, X_n)$  را می توان به وسیله فرایند استنباطی بیزین مشتق کرد (به منتویان و تودینی ۲۰۰۶ مراجعه شود) و نقش اساسی در مشتق کردن عدم قطعیت پیش بین ایفا می کند. فرایند استنباط بیزین امکان اشتقاق چگالی احتمال پسین را از مشاهدات تاریخی می دهد.  $Y_n, X_n$  از چگالی پیشین آغاز شده و دانش ذهنی ما را در مورد پارامتر ها بیان می کند. چگالی پسین برای حاشیه ای سازی مشروطیت بر پارامتر ها استفاده می شود: این خود مستلزم انتگرال گیری بر  $\Theta$ ، کل دامنه پارامتر ها، حاصل آن با تابع چگالی احتمال شرطی،  $f(y_t|\hat{y}_t|x_t, \theta)$  مقدار پیش بین و  $y_t$  مشروط بر هم متغیر  $x_t$  و بردار پارامتر  $\theta$  است که مدل ویژه را شناسایی می کند.

Equation (1) is then the basis for deriving the predictive probability density for the  $t^{th}$  observation, and can be used to describe the predictive uncertainty both in hindcast mode, when  $t \leq n$ , and in forecast mode for  $t > n$ .



آنگاه معادله ۱، اساس اشتقاق چگالی احتمال پیش بین برای تی امین مشاهده است و می تواند برای توصیف عدم قطعیت پیش بین هم در حالت پس بین وقتی که  $t < n$  باشد و هم در حالت پیش بینی برای  $t > n$  استفاده می شود.

The predictive uncertainty expressed by Eqn. (4) is unconditional on the parameters, since parameter uncertainty has been integrated out. This means that, following Eqn. (4), to estimate the most likely outcome (the expected value of the predictand) one has to take into account and use all possible model predictions (namely one per parameter vector realisation) and not only the one relevant to the most likely parameter values, and all the predictions have then to be averaged using the derived posterior probability function to marginalise out all the uncertainty which is now encapsulated in the model parameters (De Finetti, 1975).

عدم قطعیت پیش بین بیان شده توسط معادله ۴ مشروط بر پارامتر عاست زیرا از عدم قطعیت پارامتر انتگرال گیری شده است. این بدین معنی است که بر اساس معادله ۴، برای برآورد محتمل ترین برآیند(ارزش مورد انتظار پیش بینی)، باید همه پیش بینی های محتمل مدل(یعنی پیش بینی بر اساس مقدار بردار پارامتر) در نظر بگیرد. نه تنها پیش بینی های مربوط به محتمل ترین مقادیر پارامتر، بلکه همه پیش بینی ها باید با استفاده از تابع احتمال پسین مشتق شده برای حاشیه ای سازی همه عدم قطعیت هایی که اکنون در پارامتر های مدل گنجانده شده است میانگین گیری شوند(دی فینتی ۱۹۷۵).

Therefore, in dealing with the derivation of the unconditional predictive probability, which is one of the main scopes of predictive modelling (and in particular of hydrological modelling), the estimation of the parameter values is not the main goal, since the full predictive uncertainty information about the parameters will be incorporated in the derived posterior probability density of the parameters, given the observations.

از این روی، هنگام مشتق گیری از احتمال پیش بین غیر شرطی که یکی از حوزه های اصلی مدل سازی پیش بین است(و به خصوص مدل سازی هیدرولوژیکی)، برآورد مقادیر پارامتر تنها هدف اصلی نیست زیرا همه اطلاعات عدم قطعیت پیش بینی کامل در مورد پارامتر ها در چگالی احتمال پسین مشتق شده پارامتر ها با توجه به مشاهدات قرار خواهند گرفت.

Hence, the essential steps in evaluating the predictive uncertainty using a Bayesian inferential approach are to:

- a) define a subjective prior density for the parameters;
- b) assume an appropriate likelihood for the parameters, namely a probability density of the observations given the parameters coherent with the Bayes theorem (Mantovan and Todini, 2006);
- c) derive a pdf for the parameters from the observations (the posterior density);
- d) compute the probability density of the predictand conditional on the parameters; and
- e) marginalise the parameter uncertainty by integrating, over the parameter space, the derived parameters posterior pdf times the probability density of the predictand conditional upon the parameters.

از این روی، مراحل ضروری در ارزیابی عدم قطعیت پیش بینی با استفاده از رویکرد استنباطی بیزین به شکل زیر هستند.

- تعریف چگالی پیشین ذهنی پارامترها
- فرض احتمال مناسب برای پارامترها یعنی چگالی احتمالی مشاهدات با توجه به پارامترهای موجود در قضیه بیزین (منتوان و تودینی ۲۰۰۶)
- اشتقاق یک pdf برای پارامترها از مشاهدات (چگالی پسین)
- محاسبه چگالی احتمال پیش بینی مشروط بر پارامترها
- حاشیه ای سازی عدم قطعیت پارامتر با انتگرال گیری در فضای پارامتر و pdf پسین پارامترهای مشتق شده نسبت به چگالی احتمال پیش بینی مشروط بر پارامترها

The above explanation has addressed Issue 1; Issue 2 is now addressed. When dealing with modelling and prediction, it is common practice to estimate a 'best set' of parameter values to make predictions and forecasts (Sorooshian and Gupta, 1983; Thiemann et al., 2001; Vrugt et al., 2003).

توضیح فوق برای حل مسئله اول استفاده می شود. مسئله دوم اکنون بررسی می شود. هنگام مدل سازی و پیش بینی، برآورد بهترین برآورد از مقادیر پارامتر برای پیش بینی ها امری رایج است (سوروشیان و گوپتا ۱۹۸۳، تیمن و همکاران ۲۰۰۱، ورگات و همکاران ۲۰۰۳).

In this case the estimated predictive uncertainty is referred to as ‘conditional upon the parameters’ and can be expressed as:

$$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n)) = f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \hat{\theta}(Y_n, X_n))) \quad (5)$$

where:

$\hat{\theta}$  represents the given parameter values which can be estimated as expected values, as maximum likelihood (ML) estimates, as modal values, as trial and error estimates, etc. or just simply assigned on the basis of physical considerations.

در این صورت، عدم قطعیت پیش بین برآورد شده، اشاره به مشروط بر پارامتر دارد و می تواند به

صورت زیر بیان شود

$$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n)) = f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \hat{\theta}(Y_n, X_n))) \quad (5)$$

که

مقادیر معین پارامتر است که می تواند به صورت ارزش یا مقادیر مورد انتظار، حداکثر درست نمایی، مقادیر مودال، برآورد های آزمون و خطا و غیره برآورد شود و یا این که بر اساس ملاحظات فیزیکی تعیین شود.

It should be noted that, unless the relation between the parameters and the predictand is linear, the conditional probability density derived from Eqn. (5) will not coincide with that given by Eqn. (4). Therefore, this approach may lead to less robust predictions and uncertainty estimates and its use should be justified either by a need for less computationally demanding approaches, such as in the case of real-time flood forecasting (as in Krzysztofowicz, 1999), or by proving that the distortion generated by disregarding the parameter uncertainty (which may result from a relatively small variability of the parameter values or by weak non-linear structures in the hydrological model) does not seriously affect the predictive probabilities. Following the example in Liu et al. (2005), Fig. 2 shows how in the case of the River Xixian, the difference between the unconditional predictive probability distribution function, computed by

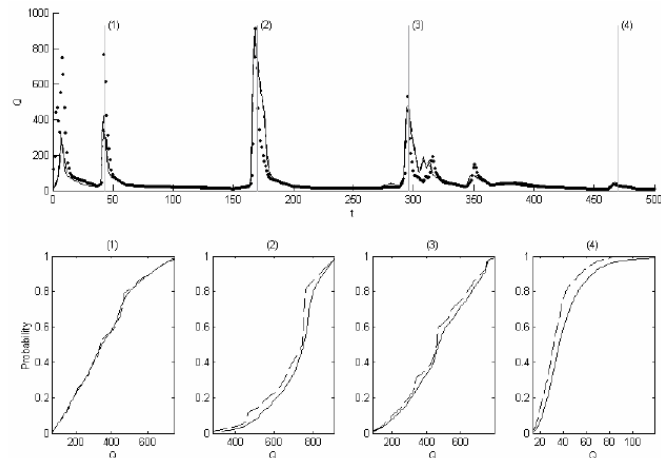
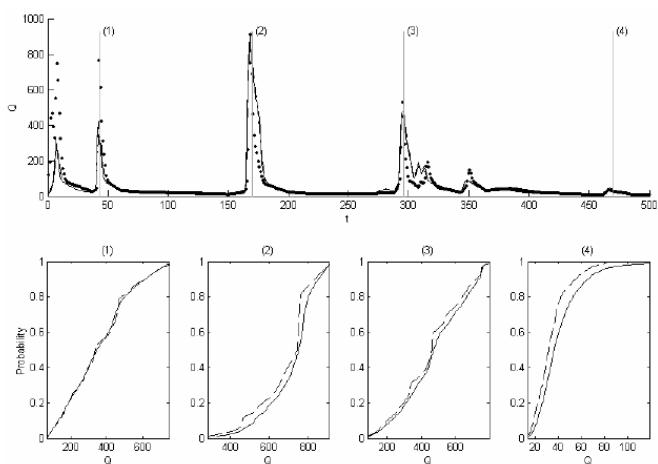


Fig. 2. Cumulative predictive probabilities estimated at various points in time. The solid line represent the unconditional (Eqn. (4)) while the dashed line represents the conditional (Eqn. (5)).

marginalising the 50 000 distributions obtained per each set of parameters (solid line) does not differ too much from the conditional (dashed line) obtained using the maximum likelihood parameter value estimates. This may happen either when the forecast is linearly or quasi-linearly related to the parameters, or when the forecast is relatively insensitive to the parameter variation around the estimated value, or, alternatively, the variance of the parameters is small. Therefore, this second and less formal approach may be acceptable in certain circumstances.

لازم به ذکر است که اگر رابطه بین پارامترها و مقدار پیش بینی خطی باشد، چگالی احتمال شرطی بر گرفته از معادله ۵ با چگالی نشان داده شده توسط معادله ۴ هم خوانی نخواهد داشت. از این روی، این روش می تواند منجر به پیش بینی های ضعیف تر شود و برآورد های عدم قطعیت و کاربرد آن باید یا با نیاز به روش های ساده تر از نظر محاسباتی نظیر پیش بینی سیلاب لحظه ای (کرزیستوفویوویکز ۱۹۹۹) یا با اثبات این که انحرافات ایجاد شده با نادیده گرفتن عدم قطعیت پارامتر (که ناشی از تغییرات نسبتا کوچک مقادیر پارامتر و یا ساختار های غیر خطی ضعیف در مدل هیدرولوژیک) که به طور جدی بر احتمالات پیش بین اثر نمی گذارند توجیه شود. بر اساس مثال ارایه شده توسط لیو همکاران (۲۰۰۵)، شکل ۲ نشان می دهد که چگونه در رودخانه زیگزیان، تفاوت بین تابع توزیع احتمال پیش بین غیر شرطی را می توان با حاشیه ای سازی ۵۰۰۰۰ توزیع بدست آمده در هر مجموعه از پارامترها (خدممتد) محاسبه کرد که تفاوت

چندانی از مقدار شرطی (خط چین) بدست آمده با استفاده از برآورد های مقدار پارامتر حداکثر درست نمایی (احتمال) ندارد.



شکل ۲: احتمالات پیش بینی تجمعی برآورد شده در نقاط زمانی مختلف. خط ممتد نشان دهنده احتمال غیر شرطی (معادله ۴) و خط چین نشان دهنده احتمال شرطی (معادله ۵) است. این اتفاق ممکن است زمانی رخ دهد که پیش بینی مربوط به پارامترها خطی یا نیمه خطی باشد و یا پیش بینی به تغییرات پارامتر حول مقدار برآورد شده نسبتاً غیر بی تفاوت یا غیر حساس باشد و یا واریانس پارامترها کوچک باشد. از این روی این رویکرد غیر رسمی تر و دوم می تواند در شرایط خاص قابل قبول باشد.

Issue 3 is now addressed which relates to a tendency among hydrologists and meteorologists to confuse predictive uncertainty with model uncertainty (Stephenson et al., 2005). Model uncertainty is either expressed in the form of an ensemble of forecasts by varying model parameters as well as the initial and boundary conditions or by mimicking the predictive probability estimation, using an equation similar to Eqn. (6):

$$f(\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n) \cong g(\theta | Y_n, X_n) \quad (6)$$

مسئله سوم اکنون حل می شود که هواشناسان و هیدرولوژیست ها عمدتاً عدم قطعیت پیش بینی را با عدم قطعیت مدل اشتباه می گیرند (استفنسن و همکاران ۲۰۰۵). عدم قطعیت مدل یا به شکل مجموعه ای

از پیش بینی ها با تغییر پارامتر های مدل علاوه بر شرایط اولیه یا مرزی و یا با الگوبرداری از برآورد احتمال پیش بین با استفاده از معادله مشابه با معادله (۶) بیان می شود:

$$f(\hat{y}_t | x_t, Y_n, X_n) \triangleq g(g | Y_n, X_n) \quad (6)$$

Clearly the density of Eqn. (6) differs from that represented by Eqns. (4) and (5) since it does not include the conditional density of the predictand, given the model forecast, as expressed by Eqn. (2) and therefore has nothing to do with the definition of predictive probability.

پر واضح است که چگالی محاسبه شده از معادله ۶ از معادله ۴ و ۵ متفاوت است زیرا شامل چگالی شرطی مورد پیش بین با توجه به پیش بینی مدل بیان شده توسط معادله ۲ نمی شود و از این روی ارتباطی با تعریف احتمال پیش بین ندارد.

Although the use of 'ensemble forecasts' to represent the predictive uncertainty has been increasingly proposed by meteorologists, it is not difficult to show, particularly when the members of the ensemble are used to produce flood forecasts, that very rarely will the measured value of the predictand lie between the 0.05 and the 0.95 probability bounds derived from the ensemble. Figure 3 compares the observed flow (thick solid line) in the Po river in Italy at the gauging station of Ponte Becca (~35 000 km<sup>2</sup>) with the modelled one using the actually measured rain over the catchment (dashed line) and the forecasts obtained using all the ensemble members (thin lines). Both the observed flows and the ones modelled using the measured rainfall are most of the time completely outside the uncertainty band described by the ensemble members.

اگرچه استفاده از پیش بینی های گروهی برای نمایش و بیان عدم قطعیت پیش بین به کرات توسط هواشناسان پیشنهاد شده است، وقتی که اعضای گروه برای برآورد پیش بینی سیلاب استفاده شود، به ندرت پیش می آید که مقادیر اندازه گیری شده مورد پیش بینی بین کران های احتمالی ۰.۰۵ و ۰.۹۵ باشد. شکل ۳، جریان مشاهده شده (خط ممتد پر رنگ) در رودخانه پو در ایتالیا در ایستگاه اندازه گیری پونته بکا (۳۵۰۰۰ کیلومتر مربع) با جریان مدل سازی شده با استفاده از باران اندازه گیری شده واقعی را در حوزه (خط چین) و پیش بینی های بدست آمده با

استفاده از همه اعضای گروه (خطوط نازک) نشان می دهد. هر دو جریان های مشاهده شده و مدل سازی شده با استفاده از بارندگی اندازه گیری شده، در اغلب اوقات کاملاً خارج از دامنه عدم قطعیت توصیف شده توسط اعضای گروه قرار می گیرند.

As previously mentioned, many hydrologists also make the mistake of not including the conditional probability expressed by Eqn. (2) in the computation of the predictive uncertainty. This confusion also occurs in many GLUE papers where the predictive probability is defined as the cumulative probability deriving from Eqn. (6) instead of from Eqn. (4). To clarify this point, a few lines of the Beven and Freer (2001) paper are reproduced here.

همان طور که قبلاً گفته شد، بسیاری از هیدرولوژیست ها اشتباهات احتمالی بیان شده در معادله ۲ را در محاسبه عدم قطعیت پیش بین در نظر نمی گیرند. این ابهام و اشتباه در بسیاری از مقالات GLUE نیز دیده می شود که احتمال پیش بین به صورت احتمال تجمعی محاسبه شده از معادله ۶ به جای معادله ۴ تعریف می شود. برای روشن شدن این مطلب، چند خط از مقاله بون و فریر (۲۰۰۱) در این جا مطرح شده اند.

“Given a large enough sample of Monte Carlo simulations, the range of likelihood weighted predictions may be evaluated to obtain prediction quantiles at any time step. This is most easily done if the likelihood values

are renormalized such as  $\sum_{i=1}^B L[M(\Theta_i)] = 1$ , where  $M(\Theta_i)$  now

indicates the  $i$ th behavioural Monte Carlo sample, so that  
at any time step  $t$

$$P(\hat{Z}_t < z) = \sum_{i=1}^B L[M(\Theta_i) | \hat{Z}_{t,i} < z] \quad (7)$$

where  $\hat{Z}_{t,i}$  is the value of variable  $z$  at time  $t$  by model  $M(\Theta_i)$ .

Noting that, in the Beven and Freer (2001) paper, the notations  $Z_t$ ,  $\hat{Z}_t$  are equivalent to  $y_t$ ,  $\hat{y}_t$  used in the the quantiles essentially relate to the ‘model’ predicted variable  $\hat{Z}_t$ , not to the possible true value  $Z_t$  conditional on the predicted value  $\hat{Z}_t$  as a correct definition of predictive

2006) implies, namely  $P(Z_t \leq z | \hat{Z}_t)$ . definition is that decisions must be taken on the basis of what will possibly happen, not on what the model is

predicting: the model is not the reality, it is only a tool to reduce uncertainty on future outcomes, by conditioning the predictand uncertainty on the model forecast. Therefore, in the rest of this paper the predictive probability used will be that given by Eqn. (4).

با توجه به اندازه نمونه بزرگ و کافی شبیه سازی های مونته کارلو، دامنه پیش بینی های وزنی احتمالی را می توان برای بدست آوردن مقادیر پیش بینی در هر مرحله ارزیابی کرد. در صورتی که مقادیر احتمال نظیر

مجددا نرمال شوند این کار به آسانی صورت خواهد گرفت. و  $\sum_{i=1}^B L[M(\Theta_i)] = 1$ , where  $M(\Theta_i)$  now

معادله فوق آی امین نمونه رفتاری مونته کارلو را نشان می دهد طوری که در هر مرحله زمانی  $t$

$$P(\hat{Z}_t < z) = \sum_{i=1}^B L[M(\Theta_i) | \hat{Z}_{t,i} < z] \quad (7)$$

صادق است که  $\hat{Z}_{t,i}$  مقدار متغیر  $z$  در زمان  $t$  با مدل  $M(\Theta_i)$  است. توجه کنید که در مقاله بون و

فریر (۲۰۰۱)، عبارات  $Z_t, \hat{Z}_t$  معادل با  $y_t, \hat{y}_t$  مورد استفاده در چندک است که در اصل مربوط به متغیر

پیش بینی شده مدل  $\hat{Z}_t$  می باشد و ارتباطی با مقدار حقیقی احتمالی  $Z_t$  مشروط بر مقدار پیش بینی شده  $\hat{Z}_t$

به صورت تعریف دقیقی از مقدار پیش بین ندارد یعنی تعریف  $P(\hat{Z}_t \leq z | \hat{Z}_t)$ . این است که تصمیمات باید بر

اساس آن چه که احتمالاً رخ خواهد داد گرفته شوند نه بر اساس آن چه که مدل پیش بینی می کند. مدل خود

واقعیت نیست بلکه تنها بازاری برای کاهش عدم قطعیت نتایج آینده با شرطی سازی عدم قطعیت مورد پیش بین بر

اساس پیش بینی مدل است. از این روی، در ادامه این مقاله، احتمال پیش بینی مورد استفاده با معادله ۴ نشان داده

خواهد شد.



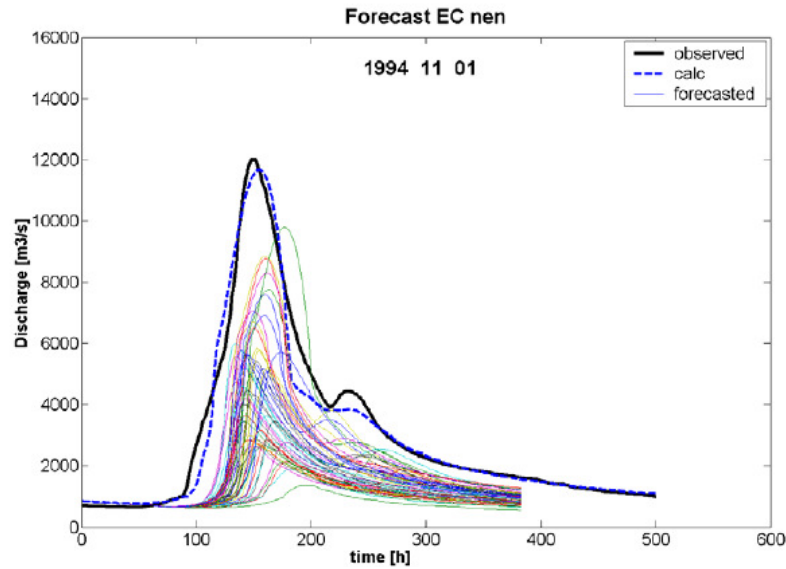


Fig. 3. Up to 10 days flow forecasts in the Po river in Italy at the gauging station of Ponte Becca (~35 000 km<sup>2</sup>). Observed flow (thick solid line); modelled flow using observed rainfall (dashed line); forecasts obtained using all the ensemble members (thin lines).

شکل ۳: پیش بینی جریان بیش از ده روزه در رودخانه پو در ایتالیا در ایستگاه اندازه گیری پونته بکا (۳۵۰۰۰ کیلومتر مربع). جریان مشاهده شده (خط ممتد پر رنگ)، جریان مدل سازی شده از بارندگی مشاهده شده (خط چین)، پیش بینی های بدست آمده با استفاده از اعضای گروه (خطوط نازک)

#### EQUIFINALITY VS INEQUIFINALITY

Beven and Binley (1992) introduced the concept that alternative models (generally the same hydrological model with different values of the parameters) may have the same predictive value, which was subsequently formalised as 'equifinality'. The equifinality principle reflects, up to a certain point, the concepts expressed above where a distinction was made between a prediction based on a unique set of parameters, and that derived by assuming a prior range within which the parameters may vary and deriving the posterior parameter density from the observations. In principle, when dealing with non-linear models, the typical hydrological modelling with fixed parameter values may lead to large predictive biases and to an incorrect evaluation of the predictive uncertainty. If uncertain parameters are assumed in accounting for the presence of uncertainties, then, after expressing Eqn. (4) in discrete form, an ensemble of model predictions (one for each parameter vector realisation)

must be averaged with the derived posterior parameter probability mass (the marginalisation) which will reflect the knowledge gained from the observations (the Bayesian learning process). Therefore, the objective of any Bayesian inference process is to obtain peakier posterior parameter densities from the observations, to reach 'inequifinality', namely that some models (linked to some of the parameter vector values) and their predictions are more likely than others (Mantovan and Todini, 2006).

هم پایان در برابر نا هم پایان

بون و بینلی (۱۹۹۲)، مفهومی را معرفی کردند که در آن مدل جایگزین (به طور کلی، مدل هیدرولوژیکی یکسان با مقادیر مختلف پارامترها) ممکن است دارای ارزش پیش بینی یکسانی داشته باشد که بعد ها به آن هم پایانی گفته شد. اصل هم پایانی تا حدودی منعکس کننده مفاهیم بیان شده است تا حدی که یک تمایز بین پیش بینی مبتنی بر مجموعه منحصر به فردی از پارامترها و مقدار مشتق شده با فرض این که دامنه قبلی که درون آن پارامترها متغیر هستند و مشتق کردن چگالی پارامتر پسین از مشاهدات انجام شود. در اصل، هنگام استفاده از مدل های غیر خطی، مدل سازی هیدرولوژیکی معمولی با مقادیر پارامتر ثابت ممکن است منجر به اربیبی پیش بینی بالا و ارزیابی غیر دقیق از عدم قطعیت پیش بین شوند. در صورتی که پارامترهای غیر قطعی برای توجیه حضور عدم قطعیت ها فرض شوند، آنگاه بعد از بیان معادله ۴ به شکل گسسته، مجموعه ای از پیش بینی های مدل (پیش بینی های تحقق هر بردار پارامتر) باید با وزن احتمال پارامتر پسین مشتق شده (حاشیه ای سازی) که منعکس کننده دانش بدست آمده از مشاهدات است (فرایند یادگیری بیزین) میانگین گیری شوند. از این روی، هدف فرایند استنباط بیزین، بدست آوردن چگالی های اوج پارامتر پسین از مشاهدات و سپس دست یابی به ناهم پایانی است یعنی این که برخی مدل ها (مربوط به برخی از مقادیر بردار پارامتر) و پیش بینی های آن ها محتمل تر از سایر مدل ها هستند (مانتوان و تودینی ۲۰۰۶).

The GLUE approach proposed by Beven and Binley (1992) uses Eqn. (7) rather than Eqn. (4), resulting in extremely 'flat' posterior probability distributions and unrealistically wide predictive uncertainties; by contrast, the application of Bayesian inference leads to peakier posterior densities and smaller predictive uncertainties.

رویکرد GLUE پیشنهاد شده توسط بون و بلینلی (۱۹۹۲) از معادله ۷ به جای معادله ۴ استفاده می کند که نتیجه آن ایجاد توزیعات احتمالی پسین به شدت مسطح و عدم قطعیت های پیش بینی پهن و غیر واقع گرایانه است، بر عکس، کاربرد استنباط بیزین منجر به چگالی های پسین پیک(قله ای) و عدم قطعیت های پیش بین کوچک تر می شود.

Although the Bayesian statisticians would prefer to start with informative priors on the parameters (namely by using densities with a mode expressing prior knowledge), the hypothesis of complete 'equifinality' may be accepted at the outset of the Bayesian inference process, thus expressing the idea that all the models, one per parameter vector realisation, have the same informative value, due to prior lack of knowledge. This is why the real scope of the Bayesian inference process should be associated with 'inequifinality', to produce peakier posterior densities where some of the models are more likely to be correct than others (Mantovan and Todini, 2006).

اگرچه متخصصان آماری بیزین ترجیح می دهند تا از استنباط های قبلی مفید در خصوص پارامترها استفاده کنند(یعنی با استفاده از چگالی های با حالت بیان دانش پیشین)، فرضیه همپایانی کامل را می توان در ابتدای فرایند استنباط بیزین پذیرفت که بیان میدارد که همه مدل ها دارای مقدار اطلاعات یکسانی به دلیل کمبود دانش قبلی می باشند. به همین دلیل، دامنه حقیقی فرایند استنباط بیزین باید با ناهم پایانی مرتبط باشد تا بتواند چگالی های پسین پیک ایجاد کنند که در آن ها برخی از مدل ها احتمال صحت بالاتری از سایرین دارند(مونتوان و تودینی ۲۰۰۶).

#### PARAMETER ESTIMATION VERSUS PREDICTIVE UNCERTAINTY

This section addresses Issue 4. In the classical Bayesian approach, the parameters of a model do not necessarily represent physically meaningful quantities which have true (albeit unknown) values, but rather temporary 'dummy', 'convenient' or 'nuisance' quantities of uncertain nature, over which all uncertainty in the model, observations, boundary conditions, etc. is projected, to be marginalised out by their 'posterior probability density', obtained from observations via the Bayesian inference process (De Finetti, 1975, Chapters 11 and 12). Therefore, it is necessary to clarify the objective of this uncertainty assessment: Is 'parameter estimation' the main objective, or is it 'prediction'?

برآورد پارامتر در برابر عدم قطعیت پیش بین

در این بخش به بررسی مسئله ۴ می پردازیم. در رویکرد بایزین کلاسیک، پارامترهای مدل لزوماً بیانگر و معرف کمیت‌های معنی‌دار فیزیکی که مقادیر حقیقی داشته باشند نمی‌باشند بلکه کمیت‌های ساختگی و پرت‌ماعت غیر قطعی می‌باشند که در آن‌ها همه عدم قطعیت‌ها در مدل، مشاهدات و شرایط مرزی توسط چگالی احتمال پسین آن‌ها که با استفاده از مشاهدات از طریق فرایند استنباط بیزین بدست می‌آید پیش‌بینی می‌شوند(دی‌فینتلی ۱۹۷۵، فصول ۱۱ و ۱۲). از این روی، تشریح اهداف این ارزیابی عدم قطعیت لازم است: آیا هدف اصلی

برآورد پارامتر است یا پیش‌بینی؟

If the objective is 'parameter estimation', it is assumed, implicitly, that the parameters have a true, albeit unknown, value to be found. Note that now the scope is not to identify dummy values for the parameters aiming at estimating the predictive density, but rather to determine the true, physically meaningful parameter values. In this case, if the observability conditions (Gelb, 1974) are met and if all the uncertainties in the model, the input, the output, etc. can be reflected, fully and correctly, in an appropriate likelihood function (which is not easy), only then will it be possible to estimate physically meaningful parameter values after deriving the posterior parameter probability density function (which coincides with the likelihood function if one takes the uniform as the a priori on the parameters), either using an ML approach or as an expected value. This is an extremely complex problem that in real cases can rarely be solved to produce physically meaningful parameter values. The alternative 'prediction' problem is less complex and more feasible because, in the Bayesian approach, the estimation of the 'true' parameter values is not required; it is rather their entire 'posterior probability density' that expresses their uncertainty after sampling the observations. This posterior density may not be that associated with the 'true' value of the parameters, since in Bayesian inference the parameters become 'convenient' quantities, used to absorb and reflect all the sources of uncertainty; these are finally marginalised out at the end of the process. It is true that, if the different types of uncertainties, such as input and output uncertainties, model structural uncertainties, parameter uncertainties, etc. can be defined and described through pdfs, this could be beneficial, in the sense that they could then be marginalised out to obtain the

predictive uncertainty, but as mentioned earlier, this is not essential when the aim is specifically 'predictive uncertainty'.

در صورتی که هدف، برآورد پارامتر باشد، به طور ضمنی فرض می شود که پارامتر دارای یک مقدار حقیقی مجهول است که باید آن را یافت. توجه کنید که اکنون، هدف، شناسایی مقادیر ساختگی برای پارامتر ها و برآورد چگالی پیش بین نیست، بلکه هدف ما تعیین مقادیر پارامتر فیزیکی و حقیقی است. در این صورت اگر شرایط مشاهده پذیری (گلب ۱۹۷۴) برآورده شوند و در صورتی که همه عدم قطعیت ها در مدل، ورودی و خروجی را بتوان به طور کامل و صحیح در یک تابع احتمال مناسب منعکس کرد (که کار آسانی نیست)، آنگاه تنها امکان برآورد مقادیر پارامتر فیزیکی بعد از اشتقاق تابع چگالی احتمال پارامتر پسین یا با روش ML و یا به صورت مقدار مورد انتظار وجود دارد (که اگر همانند چگالی پیشین بر روی پارامتر ها شکل یکنواختی داشته باشد با تابع احتمال مقارن خواهد بود). این مسئله به شدت پیچیده ای در نمونه های واقعی است که به ندرت می توان آن را برای تولید مقادیر پارامتر معنی دار و فیزیکی حل کرد. مسئله پیش بینی جایگزین، پیچیدگی کم تری داشته و عملی تر است زیرا در رویکرد بیزین، برآورد مقادیر پارامتر حقیقی نیاز نیست، بلکه این چگالی احتمال پسین کامل است که عدم قطعیت آن ها را بعد از نمونه برداری از مشاهدات بیان می کند. این چگالی پسین با مقدار واقعی پارامتر ها ارتباطی ندارد زیرا در استنباط بیزین، پارامتر ها به مقادیر آسان تبدیل می شوند و به آسانی منابع عدم قطعیت را نشان می دهند، این مقادیر در انتهای فرایند حاشیه ای می شوند. این مسئله درست است که اگر انواع مختلف عدم قطعیت ها نظیر عدم قطعیت های ورودی و خروجی، عدم قطعیت های ساختاری مدل، عدم قطعیت های پارامتر و غیره را بتوان از طریق pdf ها تعریف و توصیف کرد، حاشیه ای سازی آن ها برای بدست آوردن عدم قطعیت پیش بین مفید است ولی همان طور که قبلا گفته شد، وقتی که هدف به طور خاص عدم قطعیت پیش بین باشد، ضروری نیست.

## LESS FORMAL LIKELIHOODS AS AN ALTERNATIVE

The point raised by Beven and Binley (1992), who advocated the use of less formal likelihoods to represent the likelihood of parameters when dealing with complex models and several types of errors (input, output, model, parameters, etc.) showing non-normal or asymmetrical densities, correlation and heteroscedasticity, is good. This descends from the fact that to be successful, a Bayesian inference process requires stringent assumptions on the shape of the probability density of errors, which is difficult to define

correctly in the case of complex hydrological models. Unfortunately the proposed solution, GLUE, is based on a number of non-formal likelihoods that do not satisfy Bayes theorem and which lead to incoherent and paradoxical Bayesian inferential properties with a reduced capability of extracting information from the observations, and a consequent over-estimation of predictive uncertainty (Mantovan and Todini, 2006).

احتمالات کم تر رسمی به عنوان یک الترناتیو(جایگزین)

نکته مطرح شده توسط بون و بینلی(۱۹۹۲) که استفاده از احتمالات کم تر رسمی را برای مدل سازی احتمال پارامترها هنگام استفاده از مدل های پیچیده و چندین نوع خطا(ورودی، خروجی، مدل، پارامتر و غیره) که هیچ گونه چگالی غیر متقارن و غیر طبیعی، همبستگی و ناهم واریانسی را نشان نمی دهند پیشنهاد کردند خوب است. حقیقت این جاست که برای این که فرایند استنباط بیزین موفق باشد، نیاز به فرضیات قوی در خصوص شکل چگالی احتمال خطا دارد که تعریف صحیح آن در مدل های هیدرولوژیکی پیچیده بسیار سخت است. متأسفانه، راه حل پیشنهادی (GLUE) بر اساس تعداد احتمالات غیر رسمی است که مطابق با معیار های قضیه بیزین نمی باشند و منجر به این می شوند که خواص استنباطی بیزین با کاهش قابلیت استخراج اطلاعات از مشاهدات و متعاقباً برآورد بیش از مقدار واقعی عدم قطعیت پیش بین، نامنسجم و متناقض از آب درآیند(مونتوان وتودینی ۲۰۰۶).

Presently, research aims, on the one hand, at finding coherent less formal likelihoods and, on the other hand, to transform the errors in 'convenient' spaces, where formal Bayesian inference can be used to demonstrate the robustness of the derived approaches with respect to their complexity and different typologies of errors. Liu et al., (2006), have recently used the Normal Quantile Transform (NQT) (Van der Waerden, 1952, 1953a,b) to convert discharge observations and model predictions into a multivariate normal space where the Bayesian approach could be applied successfully. Recently, using the a,b,c model, an extremely simplified hydrological model introduced by Fiering (1967) for didactic purposes, both GLUE- and NQT-based Bayesian inference were applied to synthetic data with complex asymmetric, heteroscedastic and time correlated errors, to describe the improvement obtainable—in terms of predictive uncertainty—from the prior uncertainty expressed by a multi-uniform distribution on the parameters. Figure

4 compares the results that can be obtained; they will be described more completely in a forthcoming paper with Mantovan and Martina. Figure 4(a) shows the expected value, the 0.05 and the 0.95 quantiles deriving from the discretisation of Eqn. (8):

$$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t)) = \int_{\Theta} f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \vartheta)) g_0(\vartheta) d\vartheta \quad (8)$$

حال، هدف این مطالعه، از یک سو یافتن یک احتمال کم تر رسمی و منسجم و از سوی دیگر تبدیل خطاها به فضاهای مناسب است که در این فضاها استنباط بیزین رسمی را می توان برای اثبات قدرت رویکرد های مشتق شده با توجه به پیچیدگی آن ها و انواع مختلف خطاها مورد استفاده قرار داد. لیو و همکاران (۲۰۰۶)، اخیرا از تبدیل چندکی نرمال (NQT) (وان در واردن ۱۹۵۲، ۱۹۵۳ الف و ب) برای تبدیل مشاهدات دبی و پیش بینی های مدل به فضای نرمال چند متغیره که در آن رویکرد بیزین را می توان به طور موفق به کار برد استفاده کرده اند. در سال های اخیر، با استفاده از مدل a-b-c، که یک مدل هیدرولوژیکی بسیار ساده که توسط فیررینک (۱۹۶۷) برای اهداف آموزشی ارایه شده است، هر دو استنباط های بیزین مبتنی بر NQT و GLUE برای ترکیب داده ها با خطاهای های مربوط به زمان، ناهم واریانسی و غیر متقارن پیچیده برای توصیف پیشرفت های قابل حصول از حیث عدم قطعیت پیش بین- از عدم قطعیت بیان شده با چند توزیع یکنواخت در پارامتر ها استفاده شدند. شکل ۴ به مقایسه نتایج می پردازد، این نتایج به طور کامل تر در مقاله آینده منتوا و مارتینا توصیف می شوند. شکل ۴-الف، مقدار مورد انتظار، چندک های ۰.۰۵ و ۰.۹۵ بر گرفته از گسسته سازی معادله ۸ را نشان می دهد

$$f(y_t | (\hat{y}_t | x_t)) = \int_{\Theta} f(y_t | (\hat{y}_t | x_t, \vartheta)) g_0(\vartheta) d\vartheta \quad (8)$$

written in discretised form, where  $g_0(\vartheta)$  represents the multi-uniform prior density on the parameters; this represents the prior predictive uncertainty before Bayes theorem and the NQT have been applied to derive the posterior pdf of the parameters. Figure 4(c) displays the expected value, the 0.05 and the 0.95 quantiles obtained from Eqn. (4) in discretised form (i.e. using the posterior density of the parameters), while Fig. 4(b) reproduces the 0.05, the 0.5 (not the expected value, since this is how GLUE results are typically shown) and the 0.95 quantiles obtained using the GLUE approach. It is interesting to see that, while the formal Bayesian inference approach applied to the NQT

transformed data, which does not require assumptions on the probability distribution of errors in deriving the posterior pdf of the parameters, largely reduces the prior predictive uncertainty expressed by Eqn. (4), GLUE reduces it much less and in places, for instance around the peaks at the 120 and the 160 time steps, the posterior predictive uncertainty appears to be larger than the a priori uncertainty. Therefore, in response to Issue 5, it appears that formal Bayesian inference should be employed in preference to GLUE.

این معادله به شکل گسسته نوشته شده است که  $g_0(\theta)$  چگالی پیشین چند یکنواخت بر روی پارامتر هاست، این نشان دهنده عدم قطعیت پیش بین پیشین قبل از قضیه بیزین بوده و NQT برای مشتق کردن pdf پسین پارامتر ها استفاده شده است. شکل ۴ ج، مقدار مورد انتظار و چندک های ۰.۰۵ و ۰.۹۵ بدست آمده از معادله ۴ به شکل گسسته را نشان می دهد (با استفاده از چگالی پسین پارامتر ها)، در حالی که شکل ۴ ب، مقادیر ۰.۰۵ و ۰.۵ (نه مقدار مورد انتظار، زیرا این شیوه برای نمایش نتایج GLUE نشان داده شده است) و چندک های ۰.۹۵ بدست آمده با استفاده از رویکرد GLUE را نشان می دهد. نکته جالب این است که اگرچه رویکرد استنباط بیزین رسمی اعمال شده به داده های تبدیل شده NQT، که نیازی به فرضیات در خصوص توزیع احتمال خطا در اشتقاق PDF پسین پارامتر ها ندارد، به شدت موجب کاهش عدم قطعیت پیش بین قبلی بیان شده با معادله ۴ می شود، GLUE آن را به میزان بسیار کم تری کاهش می یابد و در برخی نقاط برای حول نقاط پیک (قله ها) در مراحل زمانی ۱۲۰ و ۱۶۰، عدم قطعیت پیش بین پسین بزرگ تر از عدم قطعیت پیشین خواهد بود. از این روی، در پاسخ به مسئله ۵، بدیهی است که استنباط بیزین رسمی نسبت به GLUE ارجح تر است.

One of the issues that presently enriches the debate about uncertainty among hydrologists is how to show the benefits arising from the operational use of predictive uncertainty, a corollary of which is how to communicate uncertainty to the end-users, namely the decision-makers. Indeed, the end-users such as water managers, emergency managers, etc. have difficulty in perceiving the benefits arising from the operational use of predictive uncertainty. What is certain is that hydrologists must not make statements such as: “the probability of flooding in the next 12 hours is 67.5%”. This is meaningless to an end-user. What he/she would like to hear is the answer to the basic question: “what are the expected benefits and drawbacks of issuing a flood alert for the next 12 hours?”. Therefore, hydrologists must define, in dialogue with end-users,



subjective utility functions, which can be used to compute the expected benefits or the

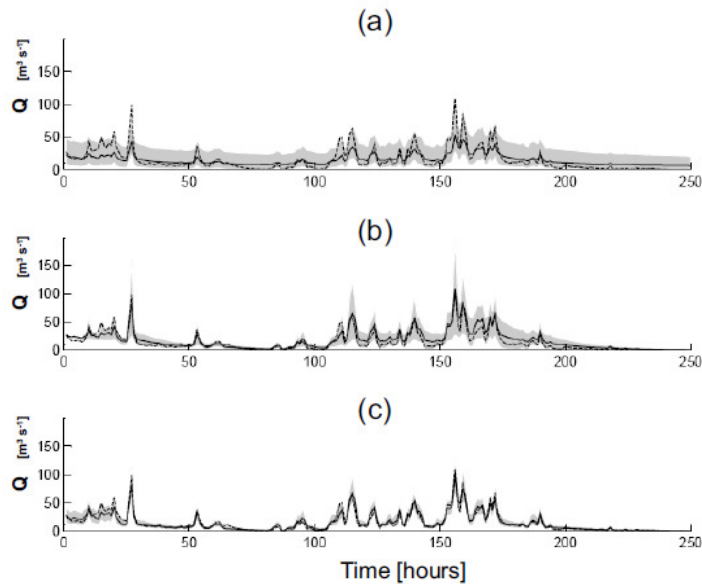
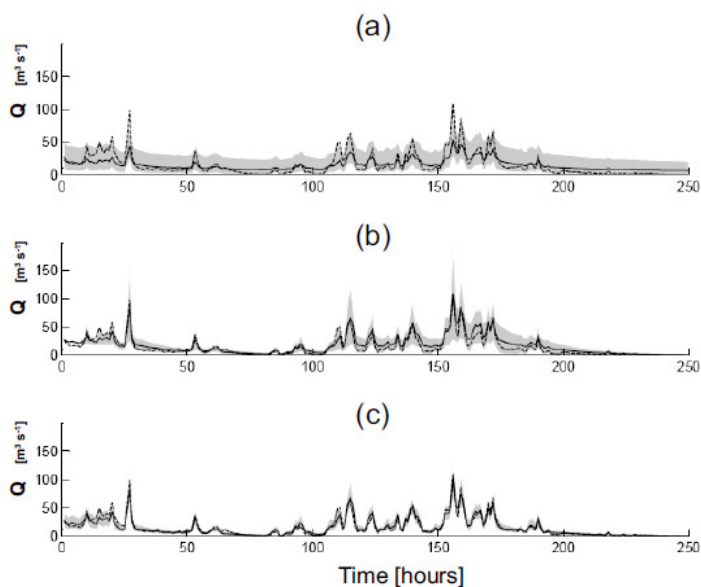


Fig. 4. Comparison of predictive uncertainty estimates. (a) expected value, 0.05 and 0.95 quantiles obtained using the prior parameter density by discretising Eqn. (8); (b) 0.05, 0.50, 0.95 quantiles obtained using the GLUE approach; (c) expected value, 0.05 and 0.95 quantiles obtained using the posterior parameter density obtained via the NQT transform and Bayesian inference by discretising Eqn. (4)

expected damages contingent on the predictive density of the quantity of interest.

یکی از مسائلی که اکنون موجب افزایش غنا و داغ تر شدن بحث ها در خصوص عدم قطعیت در میان هیدرولوژیست ها شده است، چگونگی نشان دادن مزیت های حاصل از کاربرد عدم قطعیت پیش بین است که نتیجه و استنباط فرعی حاصل از آن چگونگی ارایه عدم قطعیت به کاربران نهایی یعنی تصمیم گیران است. در واقع کاربران نهایی نظیر مدیران آب، مدیران اورژانس و غیره، در درک مزیت های حاصل از کاربرد عملیات عدم قطعیت پیش بین مشکل دارند. آن چه که مسلم است این است که هیدرولوژیست ها نباید اظهارتی از این قبیل را داشته باشند: احتمال سیلاب در ۱۲ ساعت بعد برابر با ۶۷.۵ درصد است. این گفته برای کاربر نهایی بی معنی است. آن چه که

ماربر نهایی دوست دارد بشنود پاسخ به این سوال پایه و اساسی است: مزیت ها و معایب مورد انتظار هشدار سیل در ۱۲ ساعت بعدی چیست؟ از این روی، هیدرولوژیست ها باید در گفت و گوی خود با کاربران نهایی، تابع مطلوبیت ذهنی<sup>۱</sup> را تعریف کنند که برای محاسبه مزیت های مورد انتظار و یا خسارات مورد انتظار مشروط بر چگالی پیش بین کمیت اختیار شده استفاده می شود.



شکل ۴: مقایسه برآورد های عدم قطعیت پیش بین، a: مقدار مورد انتظار (ارزش منتظره)، چندک های ۰.۰۵ و ۰.۹۵ بدست آمده با استفاده از چگالی پارامتر پیشین با گسسته سازی معادله ۸، b: چندک های ۰.۰۵، ۰.۵۰ و ۰.۹۵ بدست آمده با استفاده از رویکرد GLUE c: مقدار مورد انتظار (ارزش منتظره)، چندک های ۰.۰۵ و ۰.۹۵ بدست آمده با استفاده از چگالی پارامتر پسین از طریق تبدیل NQT و استنباط بیزین با گسسته سازی معادله ۴

A schematic example of such utility functions is shown in Fig. 5, redrawn from Martina et al. (2006), for the case of a flood alert (please note that in this simple schematic example casualties are not taken into account). The dashed line represents the end-user perception of damage (not necessarily the real one) that will occur if the dykes are

<sup>۱</sup> subjective utility functions

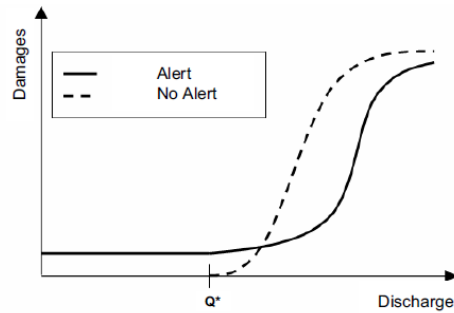
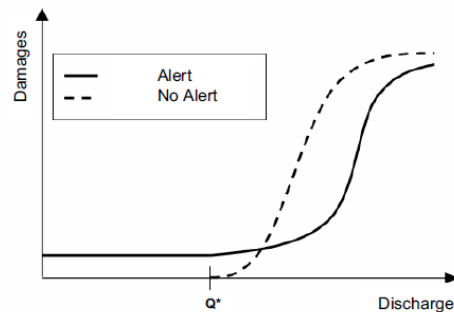


Fig. 5. The utility functions deriving from a flood alert problem (Redrawn from Martina et al., 2006). Solid line represents perceived cost and damage if an alert is issued; dashed line represents perceived damage if alert is not issued

overtopped, namely  $Q > Q^*$  where  $Q^*$  is the maximum discharge that may safely flow in the river. The solid line represents the perception of cost plus damages when an alert has been issued. As can be seen from Fig. 5, if an alert is issued a cost must be inevitably incurred for mobilising civil protection agents, alerting the population, laying sandbags, etc., but the damage in that case will be smaller than in the previous case due to the raised awareness of the incoming flood. The decision on whether or not to issue an alert will then descend from the comparison of the ‘expected damage’ for the two options, obtained by integrating the product of the cost function times the predictive uncertainty pdf over all possible values of future discharge. It should be noted that the ‘expected damages’ are a function of the actual future discharge that will happen, not of the discharge predicted by the model. By using the expected value of damage instead of the ‘model forecast’, the probability of false alarms as well as of missed alarms should be much reduced, as the uncertainty about the future discharge is taken into account. In addition, the peakier the predictive density is, the more reliable will be the resulting decision, so that improvements in forecasting, rather than looking for a better ‘deterministic’ forecast, must essentially aim at reducing predictive uncertainty by whatever means are To show how one can use predictive uncertainty in operation (Issue 6), the Lake Como real-time management decision support system is considered here as one of the few successful examples of the operational use of forecast

uncertainty (Todini, 1999). Lake Como is a natural lake in northern Italy closed at its exit and managed as a multi- purpose lake for flood control, irrigation and electric power production. Using a stochastic dynamic programming approach, a standard operating rule was developed on a ten- day basis to optimise long term irrigation and energy production. However, when a flood is forecast, the reservoir manager would like to modify the standard operating rule to deal with the incoming flood. To achieve this goal, a utility function describing the damage perception of the manager was developed; every morning an incoming flood forecast together with its predictive uncertainty, is issued and an optimal release, computed by minimising the expected damage using the inflow predictive uncertainty, is then proposed. Note that all this process is totally hidden from the water manager who is aware only of the suggested optimal release and of its expected consequences (Fig. 6).

یک مثال شماتیک از این توابع مطلوبیت در شکل ۵ نشان داده شده است که توسط مارتینا و همکاران (۲۰۰۶) در مورد هشدار سیل اقتباس شده است (لطفا توجه داشته باشید که در این نمونه شماتیک ساده، تلفات و مرگ و میرها در نظر گرفته نشدند خط چین، ذهنیت کاربر نهایی را از خسارت (نه لزوما ذهنیت واقعی) ناشی از واژگونی دایکها یعنی  $Q > Q^*$  که  $Q^*$  ماکزیمم دبی که می تواند ب طور ایمن در رودخانه جریان پیدا کند نشان می دهد.



شکل ۵: توابع مطلوبیت مشتق شده از مسئله هشدار سیل (بر گرفته از مارتینا و همکاران ۲۰۰۶). خط ممتد، هزینه و خسارت ادراک شده را نشان می دهد به خصوص اگر هشدار سیل داده شود، خط چین خسارت ادراک شده را در صورت عدم هشدار نشان می دهد.

خط ممتد، ذهنیت و برداشت از هزینه علاوه بر خسارت را وقتی که هشدار اعلام می شود نشان می دهد. همان طور که می توان در شکل ۵ مشاهده کرد، در صورتی که هشدار اعلان شود ناچاراً می تواند موجب تحمیل هزینه شود (در

زمانی که ماموران حفاظت شهری دست به کار شوند، جا به جایی جمعیت، پر کردن کیسه های شدن در دستور کار قرار گیرد) ولی خسارت در این صورت کم تر از مورد قبلی به دلیل افزایش آگاهی از سیلی که قرار است رخ دهد خواهد بود. تصمیم گیری در مورد اعلان یا عدم اعلان هشدار سیل، با مقایسه خسارت مورد انتظار که با انتگرال گیری از حاصل تابع هزینه و PDF عدم قطعیت پیش بینی نسبت به مقادیر احتمالی دبی آینده، انجام می شود. لازم به ذکر است که خسارت مورد انتظار تابعی از دبی با احتمال وقوع در آینده است نه تابع دبی پیش بینی شده توسط مدل. با استفاده از مقدار مورد انتظار خسارت به جای پیش بینی مدل، احتمال صدور هشدار غلط یا عدم هشدار مناسب باید به شدت کاهش یابد زیرا عدم قطعیت در مورد دبی آینده در نظر گرفته می شود. به علاوه، هر چه چگالی پیش بینی بالاتر باشد، تصمیم مربوطه اطمینان بیشتری خواهد داشت طوری که هدف بهبود پیش بینی به جای جست و جوی پیش بینی قطعی و بهتر، کاهش عدم قطعیت پیش بین به هر طریق می باشد طوری که شیوه استفاده از عدم قطعیت پیش بینی (مسئله ۶) اهمیت دارد. در این جا، سیستم پشتیبان تصمیم گیری مدیریت زمان واقعی لیک کامو به عنوان یکی از معدود نمونه های موفق استفاده از عدم قطعیت پیش بینی ارائه شده است (تودینی ۱۹۹۹). لیک کامو یک دریاچه طبیعی در شمال ایتالیا می باشد که خروجی آن بسته شده و به صورت یک دریاچه چند منظوره برای کنترل سیلاب، آبیاری و تولید برق مدیریت می شود. با استفاده از رویکرد برنامه نویسی دینامیک احتمالی، قاعده عملیاتی استاندارد به طور ده روزه برای بهینه سازی تولید انرژی و آبیاری بلند مدت توسعه یافت. با این حال، وقتی که سیل پیش بینی می شود، مدیر سد، قاعده عملیات استاندارد را برای مقاله با سیل تغییر می دهد. برای دست یابی به این هدف، تابع مطلوبیت برای توصیف ذهنیت مدیر از خسارت ایجاد شد، هر روز صبح، پیش بینی سیل آینده همراه با عدم قطعیت پیش بینی آن صادر شده و تخلیه (آزاد سازی آب) بهینه، که با کمینه سازی خسارت مورد انتظار با استفاده از عدم قطعیت پیش بین جریان ورودی محاسبه می شود- ارائه می گردد. توجه داشته باشید که همه این فرایندها برای مدیر آب که تنها از مقدار آزاد سازی بهینه آب و اثرات مورد انتظار آن آگاه است پوشیده است (مدیر این اطلاعات را ندارد) (شکل ۶).

The performance of the system was assessed on the basis of a hindcast simulation for the 15 year period January 1st, 1981 to December 31st, 1995; the results are presented in Table 1. When applying the optimised rule, the lake level never falls below the lower acceptable limit of  $-0.40$  m, while historically this was observed on 214 days. In terms of Como flooding, over the 15 years, the lake level was

Table 1. Summary of results. A comparison between recorded water level occurrences (historical) and the results of the operation rule based on the forecasting uncertainty (optimised) for the period January 1st, 1981 to December 31st, 1995

<i>Water level</i>	<i>No. of days</i>	
	<i>Historical</i>	<i>Optimised</i>
> -40 cm	214	0
> 120 cm	133	75
≥ 140 cm	71	52
≥ 173 cm	35	34
Water deficit	890.27 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>	788.59 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>

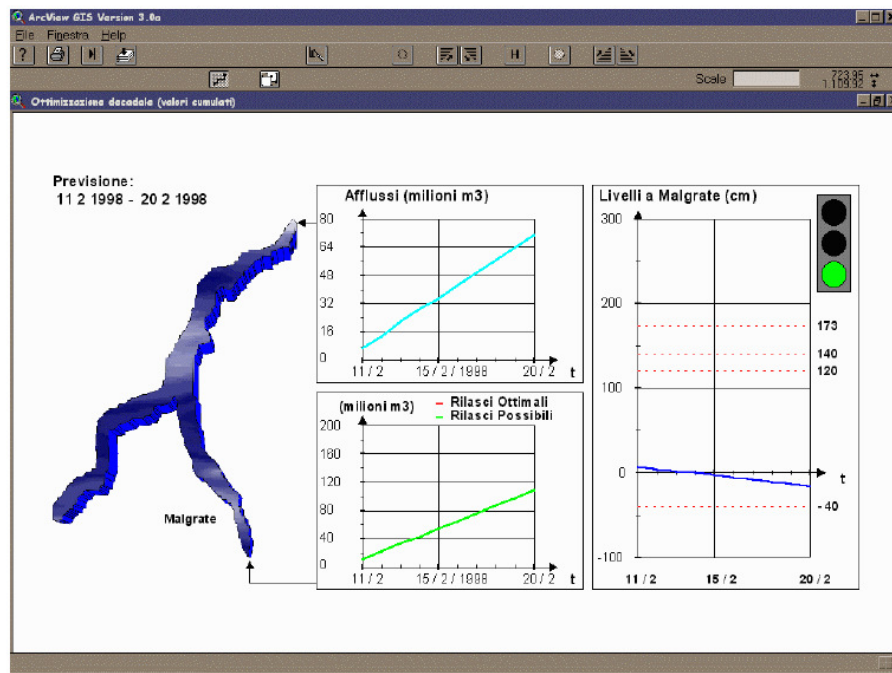


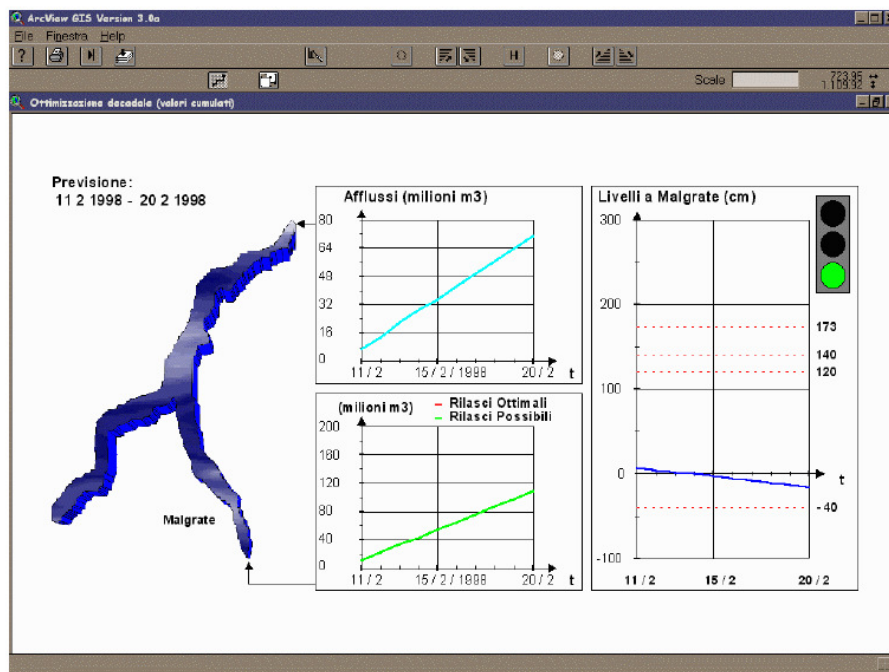
Fig. 6. The Lake Como operational decision support system. The system, on the basis of the expected value of inflows to the lake (light blue line) and its uncertainty (not shown on the screen, but used in the process) suggests to the water manager the optimal release (green line) which minimises the expected damage and shows the consequent expected lake level (blue line) for the following 10 days

historically recorded to be above the lower flood limit of 1.20 m on 133 days, whereas the optimised rule reduced it to 75 days. A noticeable reduction also appears at higher lake levels: at 1.40 m, when the traffic must stop in the main square of Como, the reduction is from 71 to 52 days and at 1.73, the legal definition of 'normal flood' when people can claim compensation for their damage, the reduction is from 35 to 34 days. At the same time, the irrigation water deficit decreases by an average of almost  $100 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ yr}^{-1}$ . This result is exceptional, given that meeting irrigation demand implies higher lake levels, an objective conflicting with the need to reduce the frequency of flooding.

عملکرد سیستم بر اساس شبیه سازی پس بین برای دوره ۱۵ ساله ۱ ژانویه ۱۹۸۱ تا ۳۱ دسامبر ۱۹۹۵ ارزیابی شده و نتایج در جدول ۱ نشان داده شده است. هنگام استفاده از قاعده بهینه، سطح دریاچه هرگز به کم تر از آستانه مجاز -۰.۴۰ نمی رسد در حالی که این موضوع طی ۲۱۴ روز مشاهده شد. در رابطه با سیل کامو، در دوره ۱۵ ساله، سطح دریاچه بالاتر از آستانه مجاز سیل ۱.۲۰ متر در ۱۳۳ روز است در حالی که قاعده بهینه آن را به ۷۵ روز کاهش داد. کاهش قابل توجه نیز در سطوح بالاتر دریاچه مشاهده می شود: در ۱.۴۰ متری به خصوص زمانی که تردد در میدان اصلی کومو متوقف شود، کاهش از ۷۱ به ۵۲ روز اتفاق می افتد و در ۱.۷۳، میزان ماهش از ۳۵ به ۳۴ روز است و این تعریف قانونی از سیل نرمال است که در این سیل خسارت چندانی به مردم وارد نمی شود. در عین حال، کمبود آب آبیاری با میانگین  $100 \times 10^6$  مترمکعب در سال کاهش می یابد. این نتیجه استثنایی است با توجه به این که رفع تقاضای آبیاری اشاره به تراز بالای آب دریاچه است، هدفی که با لزوم کاهش فراوانی سیلاب مغایر است.

<i>Water level</i>	<i>No. of days</i>	
	<i>Historical</i>	<i>Optimised</i>
> -40 cm	214	0
> 120 cm	133	75
≥ 140 cm	71	52
≥ 173 cm	35	34
<b>Water deficit</b>	<b>890.27 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup></b>	<b>788.59 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup></b>

جدول ۱: خلاصه نتایج: مقایسه بین تراز های آب ثبت شده (تاریخی) و نتایج قاعده عملیاتی بر اساس پیش بینی عدم قطعیت (بهینه) برای دوره ۱ ژانویه ۱۹۸۱ تا ۳۱ دسامبر ۱۹۹۵.



شکل ۶: سیستم پشتیبان تصمیم‌گیری عملیاتی دریاچه کامو. این سیستم، بر اساس مقدار مورد انتظار جریان ورودی به دریاچه (خط آبی کم رنگ) و عدم قطعیت آن (که بر روی صفحه نشان داده نشده است ولی در فرایند استفاده می‌شود) به مدیر و متصدی آب پیشنهاد می‌کند تا آب بهینه را از سد تخلیه کند (خط سبز). این موجب کاهش خسارت مورد انتظار و در نتیجه کاهش سطح و تراز دریاچه (خط آبی) برای ۱۰ روز آینده می‌شود.

It is quite interesting how the system was accepted by the end-user. At the end of 1997, the system was installed operationally and the Director of Consorzio dell'Adda, who is in charge of lake management, was invited to look at it but not to use it until he had confidence in its effectiveness. After six months the Director admitted that he had been beaten four to nil. Every time he took a decision different from that suggested by the Decision Support System (DSS), he was wrong. Ever since, the system has been in operation and used successfully; it has produced not only a reduction in the number, frequency and magnitude of Como flooding events, but also a 3% increase in energy production and a large volume of extra water for irrigation.

چگونگی پذیرش این سیستم توسط کاربر نهایی کاملاً جالب است. در انتهای ۱۹۹۷، این سیستم به طور عملیاتی نصب شده و از مدیر موسسه کنسورزیو دل ادا که مسئول مدیریت دریاچه است خواسته شد تا از آن بازدید کند ولی تا زمانی که از کارایی و اثر بخشی آن مطمئن نیست از آن استفاده کند. بعد از شش ماه، مدیر اذعان کرد که او با



مشکلات متعددی مواجه است. هر بار که او تصمیمی متفاوت از تصمیم پیشنهاد شده توسط سیستم پشتیبان تصمیم گیری گرفت، تصمیمش نادرست بود. از آن زمان به بعد این سیستم به طور موفق عملیاتی شده و استفاده شده است، و این سیستم نه تنها موجب کاهش تعداد، فراوانی و بزرگی سیلاب های کامو شد، بلکه افزایش ۳ درصدی در تولید انرژی و افزایش حجم آب مازاد برای آبیاری مشاهده شد.

This example shows that, if appropriately briefed and involved, the end-users will quickly become aware of the benefits arising from the use of predictive uncertainty, provided they are not asked to interpret the forecasting in statistical terms or the stochastic computation and optimisation frequently required in problems in this type.

این مثال نشان می دهد که اگر کاربر نهایی بتواند به خوبی از عدم قطعیت پیش بینی آگاهی یابد و آن را به کار گیرد در اسرع وقت به مزیت های ناشی از آن پی خواهد برد به شرط این که از آن ها خواسته نشود تا پیش بینی را از نظر آماری یا محاسبات احتمالی تفسیر کنند و بهینه سازی مورد نیاز در مسائلی از این قبیل به کرات نیاز است.

It is the author's personal belief that considerable effort is required to inform the end-users of the improvements obtainable without burdening them with the computational complexity. In this way, they can appreciate and receive the full benefits of an approach aimed at improving the success of their decision-making.

باور شخصی نویسنده این مقاله، این است که تلاش های قابل توجهی برای ارائه اطلاعات در مورد بهبود ها و پیشرفت های قابل حصول بدون افزایش پیچیدگی محاسباتی آن ها به کاربران نیاز است. بدین ترتیب آن ها می توانند کلیه مزایای رویکرد با هدف بهبود موفقیت تصمیم گیری آن ها را درک کرده و از آن ها بهره ببرند.

#### Conclusions and future perspectives

From the Rational Method to the distributed hydrological models presently available, a vast evolution of conceptualisation and parameterisation of hydrological processes has evolved in catchment models over several decades of research. This effort in describing hydrological phenomena in physical terms from the pixel to the catchment by the proponents of data-driven or data-mechanistic models (the top-down approach) who do not require the derivation of rigid model structures from the physical balance equations. Similarly,

the proponents of the physically meaningful models do not acknowledge the merits of the data-driven approach.

نتیجه گیری و مطالعات آینده

از روش منطقی (استدلالی) تا مدل های توزیعی هیدرولوژیکی موجود، تکامل گسترده مفهومی سازی و پارامتر بندی فرایند های هیدرولوژیکی در مدل های حوضه آبخیز طی چندین دهه تحقیق وجود داشته است. هدف این کار توصیف پدیده های هیدرولوژیکی از دیدگاه فیزیکی از پیکسل تا مقیاس حوضه توسط طرفداران مدل های داده محور یا مکانیستی داده ها (رویکرد بالا به پایین) که نیازی به مشتق کردن ساختار های مدل از معادلات بیلان فیزیکی ندارند می باشد. به طور مشابه، طرفداران مدل های فیزیکی، قابلیت ها و شایستگی های رویکرد داده محور را تایید نمی کنند.

It is difficult to demonstrate the superiority of either approach but, although recognising the merit of the data-driven models, a danger exists in broad philosophical terms: namely, that all the work aimed at gaining a better physical understanding of the runoff generation and routing processes and their representation at different space and time scales can be dismissed as unnecessary. Therefore, the hydrological research community would do well to follow the advice of Klemes from over 20 years ago (Klemes, 1983) and combine the advantages of both approaches while designing appropriate benchmarks or test-beds to evaluate the roles and fields of application of the different types of models. Furthermore, the recent introduction of the 'equifinality' principle, instead of leading to possible solutions, has amplified the dissatisfaction with physically-based models because their parameter uncertainty is deemed to be enormous. Again, in respect of physically-based models, research hydrologists, with knowledgeable statisticians, must agree on the principles of 'predictive uncertainty' and on the counter-principle of 'inequifinality'; they must construct formally correct and less diffuse posterior parameter distribution functions to reflect the quantity of data available as indeed they do for the data-driven models. These can then be used to marginalise the parameter uncertainty to deliver more appropriate measures of predictive uncertainty. Only by sharing the framework for estimating predictive uncertainty for both data-driven and physically-based models can benchmarks or test-beds be established to determine their predictive merits and roles.

اثبات برتری هر یک از رویکرد ها و تشخیص و آگاهی از شایستگی مدل های داده محور سخت است، خطری که از دیدگاه فلسفی گسترده وجود دارد، این که هدف همه کار ها دست یابی به دانش فیزیکی بهتر از فرایند های مسیر یابی و تولید رواناب و نمایش آن ها در مقیاس های زمانی و مکانی مختلف که در صورت عدم نیاز کنار گذاشته می شوند. از این روی، جامعه پژوهش های هیدرولوژیک از توصیه های کلمس از ۲۰ سال گذشته تبعیت می کند(کلمس ۱۹۸۳) و مزایای هر دو رویکرد را ضمن طراحی معیار ها یا بستر های ازمون برای ارزیابی نقش ها و زمینه های کاربرد انواع مختلف مدل ها ترکیب می کنند. به علاوه، معرفی اصل هم پایانی به جای این که منجر به راه حل های احتمالی شود، موجب افزایش نارضایتی از مدل های فیزیکی می شود زیرا عدم قطعیت پارامتر آن ها زیاد است. مجدداً از حیث مدل های فیزیکی، هیدرولوژیست ها با متخصصان آماری مهار باید در مورد اصول عدم قطعیت پیش بین و اصل ناهم پایانی به اجماع برسند، آن ها باید توابع توزیع پارامتر پسین با انتشار کم و صحیح را ایجاد کنند تا بتوانند مقدار داده های موجود را منعکس کنند همان طور که آن ها این کار را برای مدل های داده محور انجام می دهند. این را می توان برای حاشیه ای سازی عدم قطعیت پارامتر برای ارابه شاخص ای مناسب تر عدم قطعیت پیش بین استفاده کرد. تنها با به اشتراک گذاری چارچوبی برای برآورد عدم قطعیت پیش بین برای هر دو مدل های فیزیکی و داده محور، می توان معیار یا بستر آزمونی را برای تعیین نقش ها و مزایای پیش بین ایجاد کرد.

Finally, water and emergency managers must be made aware of the potential benefits of correct estimates of predictive uncertainty. For their part, hydrologists must understand the actual problems of stakeholders rather than retreating into a haze of equations and complex statistical and mathematical representations.

در نهایت، مدیران آب و حوادث غیر مترقبه باید از مزایای بالقوه برآورد های صحیح عدم قطعیت پیش بین آگاه باشند هیدرولوژیست ها باید مسائل واقعی بهره برداران را درک کنند تا این که به مشتکی معادلات و مدل های ریاضی و آماری پیچیده بپردازند.